

# **Kertolaskuja liikunnallisesti**

## **Kehittämistutkimus liikunnallisen matematiikan opetusmateriaalin laatimisesta 3.-luokkalaisille**

Helsingin yliopisto  
Kasvatustieteellinen tiedekunta  
Luokanopettajan koulutus  
Pro gradu -tutkielma  
Kasvatustiede  
Kesäkuu 2018  
Marjukka Lukkaroinen

Ohjaajat: Anu Laine ja Markku  
Hannula



Tiedekunta - Fakultet - Faculty <b>Kasvatustieteellinen tiedekunta</b>		
Tekijä - Författare - Author <b>Marjukka Lukkaroinen</b>		
Työn nimi - Arbetets titel <b>Kertolaskuja liikunnallisesti – Kehittämistutkimus liikunnallisen matematiikan opetusmateriaalin laatimisesta 3.-luokkalaisille</b>		
Title <b>Kinesthetic multiplication – Design-based research on developing kinesthetic educational material for 3rd grade mathematics</b>		
Oppiaine - Läroämne - Subject <b>Kasvatustiede</b>		
Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare - Level/Instructor <b>Pro gradu -tutkielma / Anu Laine ja Markku Hannula</b>	Aika - Datum - Month and year <b>Kesäkuu 2018</b>	Sivumäärä - Sidoantal - Number of pages <b>89 s + 79 liites.</b>
<p>Tiivistelmä - Referat - Abstract</p> <p>Tässä pro gradu -tutkielmassa käsitellään kertolaskujen opettamista liikunnallisesti. Tutkimuksen tavoitteena oli saada keinoja liikunnan lisäämiseen koulupäivään ja perehtyä kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen. Useat tutkimukset ovat osoittaneet liikunnalla olevan monia positiivisia vaikutuksia koulunkäyntiin ja siten myös oppimiseen. Liikunnan hyödyntämistä opetuksessa puoltavat muun muassa sen konkreettisuus ja toiminnallisuus, joista on apua matemaattisessa käsitteenmuodostuksessa. Liikunnalla on myös monia välillisiä hyötyjä oppimisvalmiuksiin ja siten myös oppimistuloksiin. Tässä tutkielmassa tutkimustehtävänä on laatia käyttökelpoista ja innostavaa opetusmateriaalia kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen 3.-luokkalaisille. Kertolaskut ovat keskeinen matematiikan sisältöalue alakoulussa, joten niiden oppimisen tukeminen on perusteltua. Materiaali tukee hyvin uuden opetussuunnitelman mukaista toiminnallisuutta, sekä auttaa saavuttamaan hallitusohjelmaankin kirjatun tavoitteen liikunnan lisäämisestä peruskouluissa.</p> <p>Tutkimus toteutettiin kehittämistutkimuksena, johon osallistui kolme luokanopettajaa luokkineen. Tässä tutkimuksessa käytettiin kahden kehittämissyklin mallia kehittämistutkimuksen teossa. Kehittämistyön kohteena oli opetusmateriaali kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen. Pidin suunnittelemani opetusmateriaalipaketin pohjalta liikunnallista matematiikkaa kolmelle koululuokalle neljän viikon aikana yhteensä 15 oppituntia. Opetuskokeilun jälkeen opetusmateriaalia kehitettiin edelleen opettajien palautteen ja haastattelujen pohjalta. Aineiston analysoinnissa hyödynnettiin SWOT-analyysia.</p> <p>Tämän kehittämistutkimuksen perusteella liikunnallinen matematiikka ja kertolaskujen opettaminen liikunnallisesti olivat toimivia opetusmenetelmiä alakoulun kolmannella luokalla. Tätä tukivat sekä teoreettinen ongelma-analyysi että empiiriset ongelma-analyysit. Koska kyse ei ollut interventiotutkimuksesta, ei tämän tutkimuksen perusteella voitu sanoa, oppivatko oppilaat kehittämäni materiaalin tai liikunnallisen matematiikan avulla kertolaskuja paremmin kuin jollain muulla opetusmenetelmällä. Tämän tutkimuksen mukaan liikunnallisen matematiikan keskeisin hyöty oppimiselle oli oppilaiden motivoituminen kertolaskujen harjoitteluun. Muita hyötyjä opetuskokeilun perusteella olivat muun muassa positiivisten liikuntakokemusten aikaansaaminen, liikunnasta innostuminen, keskittymisen parantuminen toiminnallisten harjoitusten myötä sekä ryhmätöytäitojen lisääntyminen.</p>		
Avainsanat - Nyckelord <b>kehittämistutkimus, kertolaskut, liikunnallinen matematiikka, opetusmateriaali</b>		
Keywords <b>design-based research, multiplication, kinesthetic mathematics, educational material</b>		
Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited <b>Helsingin yliopiston kirjasto – Helda / E-thesis (opinnäytteet)</b>		



Tiedekunta - Fakultet - Faculty <b>Faculty of Educational Sciences</b>		
Tekijä - Författare - Author <b>Marjukka Lukkaroinen</b>		
Työn nimi - Arbetets titel <b>Kertolaskuja liikunnallisesti – Kehittämistutkimus liikunnallisen matematiikan opetusmateriaalin laatimisesta 3.-luokkalaaisille</b>		
Title <b>Kinesthetic multiplication – Design-based research on developing kinesthetic educational material for 3rd grade mathematics</b>		
Oppiaine - Läroämne - Subject <b>Education</b>		
Työn laji/ Ohjaaja - Arbetets art/Handledare - Level/Instructor <b>Master's Thesis / Anu Laine and Markku Hannula</b>	Aika - Datum - Month and year <b>June 2018</b>	Sivumäärä - Sidoantal - Number of pages <b>89 pp. + 79 appendices</b>
<b>Tiivistelmä - Referat - Abstract</b> <p>This master's thesis concerns itself with teaching multiplication in a kinesthetic way. The aim of this study was to increase the amount of kinesthetic activities in a school day and to familiarize with the concept of teaching kinesthetic multiplication. Several studies have shown the positive effects which exercise has on studying and, through that, on learning. In favor of utilizing exercise along with other teaching methods speaks the fact that exercise as one teaching method is concrete as well as it is active, characteristics which support the development of mathematical concepts. In addition, exercise can in many occasions be indirectly beneficial for learning skills and on the learning results. This study aims to create useable and inspiring educational material for kinesthetic multiplication for third graders. Multiplication is a central area of mathematical studies in the elementary school, which proves that there is cause for supporting the learning of multiplication. The material for this study also supports well the new, activity-based National Core Curriculum for Basic Education, as well as helps achieving the goal of increasing the amount of sports and activities in schools.</p> <p>This study was carried out as a design-based research in which participated three class teachers and their classes. Two cycles of design were used when creating this design-based research. The subject of this design work was the educational material for teaching kinesthetic multiplication. Based on a material package that I designed, I held 15 lessons, teaching kinesthetic mathematics for three school classes during four weeks. After the experimental teaching period the educational material was further developed based on the received feedback from teachers as well as from interviews. SWOT analysis was used in the analysis of the data.</p> <p>Based on the results of this design-based study, kinesthetic mathematics as well as teaching kinesthetic multiplication are functional teaching methods on the third grade of elementary school. This argument was supported by both the theoretical problem analysis and the empirical problem analyses. As this study was not an intervention research, it could not be concluded whether the pupils learned multiplication better with the help of the material I created or with the help of active mathematics, or whether they could have learned multiplication better with the help of some other method. According to the results of this study, the most central benefit of kinesthetic mathematics for learning was that the pupils became motivated towards practicing multiplication. Based on the experimental teaching period, other benefits of active mathematics were, among others, positive experiences of exercising, excitement about exercising, improved ability to focus through active practices as well as increased ability to work in a group.</p>		
Avainsanat - Nyckelord <b>kehittämistutkimus, kertolaskut, liikunnallinen matematiikka, opetusmateriaali</b>		
Keywords <b>design-based research, multiplication, kinesthetic mathematics, educational material</b>		
Säilytyspaikka - Förvaringsställe - Where deposited <b>University of Helsinki – Helda / E-thesis</b>		

# Sisällys

1	JOHDANTO .....	2
1.1	Lähtökohtia tutkielmalle .....	2
1.2	Tutkielman keskeiset käsitteet .....	5
2	KEHITTÄMISTUTKIMUS JA TUTKIMUSTEHTÄVÄ .....	8
2.1	Kehittämistutkimus opetuslalla.....	8
2.2	Menetelmä tässä tutkielmassa.....	9
2.3	Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset.....	12
3	TEOREETTINEN ONGELMA-ANALYYSI.....	14
3.1	Toiminnallisuus perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa ....	14
3.2	Konkretian ja toiminnallisuuden merkitys matemaattisessa käsitteenmuodostuksessa.....	16
3.3	Liikunnan rooli oppimisessa .....	20
3.4	Liikunta ja oppimistulokset .....	22
3.5	Kertolaskut alakoulussa .....	25
3.6	Kertolaskut ja liikunta .....	28
3.7	Yhteenvedo teoreettisesta ongelma-analyysistä .....	30
4	EMPIIRINEN ONGELMA-ANALYYSI .....	33
4.1	Kehittämistutkimukseen osallistuneet opettajat .....	33
4.2	Opettajien vastaukset alkukartoituskyselyyn .....	36
4.3	Yhteenvedo ongelma-analyyseistä .....	41
5	ENSIMMÄINEN KEHITTÄMISVAIHE .....	43
5.1	Opetusmateriaalin suunnittelu .....	43
5.2	Opetusmateriaalin ensimmäisen version sisältö ja rakenne .....	45
6	TOINEN EMPIIRINEN ONGELMA-ANALYYSI .....	51
6.1	Opetusmateriaalin testaaminen .....	51
6.2	Kehittämistarpeet – SWOT-analyysi .....	53
6.3	Opettajien kokemukset opetusmateriaalista ja liikunnallisesta matematiikasta .....	57
7	OPETUSMATERIAALIN JATKOKEHITTÄMINEN JA VALMIS KEHITTÄMISTUOTOS.....	62
7.1	Toinen kehittämisvaihe .....	62

7.2	Valmis opetusmateriaalipaketti .....	66
8	POHDINTA.....	72
8.1	Tutkimusprosessin arviointia.....	72
8.2	Tutkimuksen luotettavuus .....	76
8.3	Opetusmateriaalin mahdollisuudet jatkossa .....	81
	LÄHTEET .....	83
	LIITTEET .....	90

## TAULUKOT

Taulukko 1. Esimerkkejä alkuperäisilmausten pelkistämisestä ja luokkien muodostamisesta. ....	38
Taulukko 2. Opettajien toiveita materiaaliin liittyen. ....	39
Taulukko 3. Ongelma-analyysien tuloksia koottuna. ....	41
Taulukko 4. SWOT-analyysi opetusmateriaalista ja liikunnallisesta matematiikasta. ....	56
Taulukko 5. Esimerkki jatkokehitetystä opetusmateriaalin harjoituksesta. ....	63

## KUVIOT

Kuvio 1. Liikunnallinen matematiikka tässä tutkielmassa. ....	6
Kuvio 2. Kehittämistutkimuksen rakenne tässä tutkielmassa. ....	11
Kuvio 3. Käsitteenmuodostusprosessi Lillin, Putkosen, Sinnemäen ja Mikkosen (2010, 10) mukaan. ....	17
Kuvio 4. Käsitteenmuodostusprosessi Haapasalon (1991, 5) mukaan. ....	18
Kuvio 5. Kertolaskuja liikunnallisesti -opetusmateriaalin kansilehti. ....	46
Kuvio 6. <i>Opi liikkuen</i> -osion harjoitukset. ....	67
Kuvio 7. <i>Liikettä lisämausteeksi</i> -osion harjoitukset. ....	68
Kuvio 8. <i>Taitoja kartuttamaan</i> -osion harjoitukset. ....	69
Kuvio 9. Kertolaskuja liikunnallisesti -internetsivu. ....	70

# 1 Johdanto

Uusimpien tutkimusten mukaan koulupäivän aikainen liikunta vaikuttaa myönteisesti oppimiseen. Koulupäivän aikaisen liikunnan ja koulumenestyksen välillä on havaittu selkeä yhteys. (Kantomaa ym., 2017, 5.) Liikunta ja suuntautuminen liikunnalliseen elämäntapaan ovat aina myös olleet minulle merkityksellisiä asioita, ja haluan kannustaa myös lapsia ja nuoria liikkumaan. Lisäksi luokanopettajakoulutuksessa saamani tiedot ja taidot matematiikan opettamiseen ja oppimiseen liittyen ovat herättäneet mielenkiintoni toiminnallista, innostavaa ja kokonaisvaltaista oppimista kohtaan. Olenkin kiinnostunut siitä, miten liikunnan voisi innostavasti yhdistää matematiikan opetukseen.

Tämä pro gradu -tutkielma toteutetaan kehittämistutkimuksena, jossa tavoitteena on kehittää materiaalia liikunnallisen matematiikan opetukseen ja sen avulla lisätä liikuntaa koulupäivään. Olen kiinnostunut liikunnan hyödyntämisestä opetusmenetelmänä, sillä monipuolisten työtapojen käyttö voi auttaa erilaisia oppijoita. Esimerkiksi oppilaat, joiden lahjakkuus on taktiilis-kinesteettistä, alisuoriutuvat usein koulussa (Prashnig, 2000, 153, 161), sillä tiedollisia taitoja yleensä arvostetaan koulussa enemmän kuin kehollisia taitoja (Paalasmaa, 2014; Räsänen, 2009; Sura, 1999). Liikunnan lisääminen opetukseen voikin auttaa erityisesti oppijaa, joka kokee onnistuvansa ja ilmaisevansa itseään parhaiten keholisesti.

## 1.1 Lähtökohtia tutkielmalle

Liikuntaa on peruskoulussa yksittäisistä oppiaineista kolmanneksi eniten matematiikan ja äidinkielen jälkeen, ja liikunnan määrä alakoulussa on yhä lisääntynyt syksyllä 2016 käyttöön otetun perusopetuksen opetussuunnitelman myötä (Opetushallitus, 2014; Valtioneuvoston asetus perusopetuslaissa tarkoitetun opetuksen valtakunnallisista tavoitteista ja perusopetuksen tuntijaosta, 422/2012). Ongelmana on kuitenkin, etteivät lapset ja nuoret liiku tarpeeksi koulun liikuntatuntien ulkopuolella. Valtaosa kouluikäisistä ei saavuta valtakunnallista liikuntasuosittelua, jonka mukaan päivittäin tulisi liikkua vähintään yhdestä kahteen tuntia. Koulun liikuntatunnit eivät riitä kouluikäisten liikunnaksi, ja haas-

teena onkin, miten oppilaiden kokonaisaktiivisuutta saataisiin lisättyä. (Tammelin, 2013, 64, 68–69.)

Suuri osa ajasta peruskoulussa käytetään pulpetin ääressä istuen, mikä ei kuitenkaan kehitä oppilasta monipuolisesti ja kokonaisvaltaisesti (Paalasmaa, 2014; Sura, 1999). Tähän ongelmaan on jo pyritty vastaamaan, ja erilaiset liikunnalliset ja toiminnalliset työskentelytavat ovatkin yleistyneet kouluissa (ks. esim. Kantomaa, Syväoja, Sneck, Jaakkola, Pyhältö & Tammelin, 2017). Liikunnan merkitys osana oppimista on ollut myös runsaasti esillä mediassa muun muassa otsikoin ”Tutkijat: Liikunta lisää lasten älykkyyttä ja edistää oppimista” (Päivänen, 14.7.2016), ”Liikkumisen riemu tuli kouluihin ja paransi myös oppimistuloksia” (Helsingin Sanomat, 29.10.2017, pääkirjoitus) sekä ”Aivotutkija tervehtii ilolla leuanvetoa kesken oppitunnin – Liikkuminen saa aikaan aivoissa solutuotantoa, jota tarvitaan oppimiseen” (Uusitupa, 24.10.2017).

Erwinin, Fedewan ja Ahnin (2012, 473) mukaan akateemisilla aineilla on kuitenkin usein koulussa eniten painoarvoa ja liikunnan huomioiminen koulupäivän aikana liikuntatuntien ulkopuolella voi olla haastavaa, vaikka fyysinen aktiivisuus on kiistämättä hyväksi lapsen terveydelle. On siis perusteltua keksiä keinoja, miten liikuntaa saisi lisättyä luonnolliseksi osaksi koulupäivää. Koska lapset ja nuoret viettävät arkisin suuren osan päivästä koulussa, olisi nimenomaan kouluilla hyvät mahdollisuudet fyysisen aktiivisuuden lisäämiseen ja liikunnallisen toimintakulttuurin luomiseen (Hiltunen & Tursas, 2013; Jaakkola, Liukkonen & Sääkslahti, 2013). Liikuntaa voi lisätä koulupäivään esimerkiksi integroimalla liikkumista opetukseen myös liikuntatuntien ulkopuolella (Syväoja, Kantomaa, Laine, Jaakkola, Pyhältö & Tammelin, 2012), mihin tällä tutkielmalla pyrin.

Tämänhetkiseen hallitusohjelmaan on kirjattu tavoite liikunnan lisäämisestä peruskouluissa Liikkuva koulu -hankkeen avulla (Hallitusohjelma, 2015). Liikkuva koulu on yksi hallituksen kärkihankkeista, ja se pyritään laajentamaan valtakunnalliseksi. Hankkeen tavoitteena on, että oppilaat liikkuvat koulupäivän aikana vähintään tunnin. Keskeistä on liikkeen lisääminen ja istumisen vähentäminen. (Valtioneuvosto, 2017.) Opetus- ja kulttuuriministeriön tiedotteen (Opetus- ja kulttuuriministeriö, 2015) mukaan tunnin päivittäisen liikunnan toteuttamistapa



on koulujen päätettävissä, mutta se voi olla esimerkiksi ”oppituntien liikunnallistamista, liikuntahetkiä koulupäivän aikana pitkillä välitunneilla tai liikuntakerhoja koulujen iltapäiviin yhteistyössä kolmannen sektorin kanssa”. Koulupäivän aikana liikkumisen ajatellaan lisäävän kouluviihtyvyyttä, ja ”eri oppiaineiden sisältöjen muuttaminen liikunnallisiksi tuo vaihtelua opetusmenetelmiin” (Opetushallitus, 2016a). Myös opetussuunnitelma antaa liikunnan hyödyntämiselle opetuksessa useita perusteluja. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa työtavoista mainitaan erikseen kokemukselliset ja toiminnalliset työtavat sekä liikkuminen, jotka ”lisäävät oppimisen elämyksellisyyttä ja vahvistavat motivaatiota” (Opetushallitus, 2014, 30). Liikunta tarjoaa mahdollisuuksia myös kognitiivisen oppimisen edistämiseen (Ahonen, Viholainen, Cantell & Rintala, 2005; Laakso, 2007; Syväoja ym., 2012) ja liikunnan positiivinen vaikutus oppimiseen ja koulumenestykseen on havaittu etenkin matemaattisissa aineissa (Syväoja ym., 2012, 11).

Tällä tutkielmalla pyrin vastaamaan siihen, miten oppilaiden kokonaisaktiivisuutta saisi lisättyä alakoulussa matematiikan tunteja liikunnallistamalla ja käyttämällä liikuntaa opetusmenetelmänä, sekä siihen, miten liikunta voi tukea matematiikan oppimista. Tarkensin näkökulmani kertolaskujen opetukseen, sillä kertolaskut ovat yksi matematiikan keskeisimmistä sisältöalueista alakoulussa vuosiluokilla 1–2 sekä 3–6 (Opetushallitus, 2014, 129, 235). Vuosiluokilla 3–6 tulee opetussuunnitelman mukaan varmistaa kertolaskun käsitteen ymmärtäminen sekä varmistaa kertotaulujen 1–10 osaaminen (Opetushallitus, 2014, 235). Valitsin tutkielmani aiheeksi kertotaulujen liikunnallisen opettamisen nimenomaan alakoulun kolmasluokkalaisille. Tämä on perusteltua, sillä kertotaulujen opettelu on tullut oppilaille uutena asiana toisen luokan keväällä. Toteutan tämän kehittämistutkimuksen kolmannen luokan syyslukukauden aikana, jolloin kertolaskun käsitteen varmistaminen ja kertotaulujen vahvistaminen on ajankohtaista.

Tämä pro gradu -tutkielma toteutetaan kehittämistutkimuksena, johon osallistuu kolme luokanopettajaa luokkineen. Tutkielman tarkoituksena on tarkastella liikunnallista matematiikkaa erityisesti kertolaskujen osalta sekä selvittää, millaista on hyvä materiaali liikunnallisen matematiikan opettamiseen. Kehittämistut-

kimuksen lopputulos on opetusmateriaali kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen alakoulun kolmannella luokalla.

## 1.2 Tutkielman keskeiset käsitteet

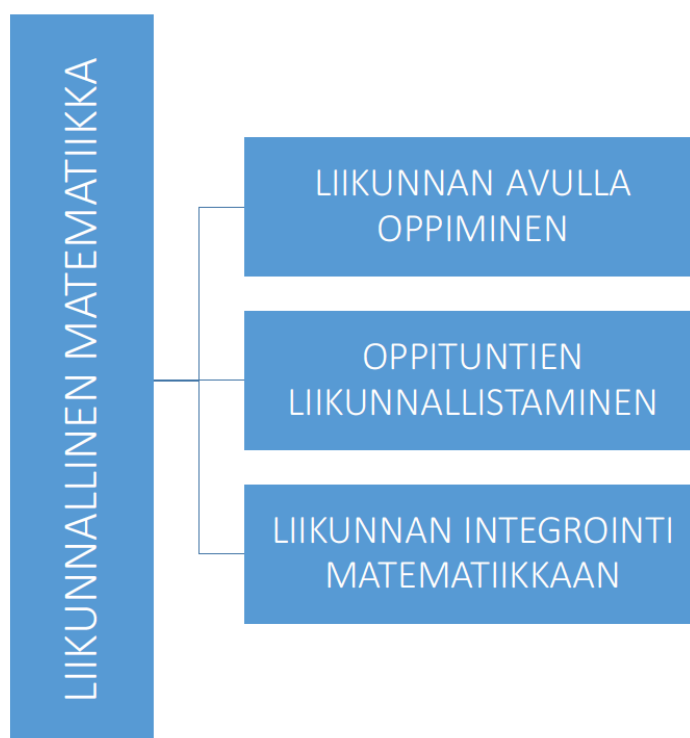
Tämän tutkielman keskeisiä käsitteitä ovat *liikunnan avulla oppiminen*, *liikunnallistaminen*, *liikunnan integrointi matematiikkaan* sekä *liikunnallinen matematiikka*. *Liikunnan avulla oppiminen* viittaa liikunnan hyödyntämiseen opetusmenetelmänä. Liikunnan avulla oppimisessa liikunta tuo lisäarvoa opetettavan sisällön opettamiseen. Määrittelen liikunnan avulla oppimisen olevan osa toiminnallista oppimista. Toiminnallinen oppiminen on liikunnan avulla oppimista tutumpi ja kielenkäyttöön vakiintuneempi käsite. Toiminnallisella oppimisella tarkoitetaan sitä, ettei kieli ole pääasiallinen oppimisen väline, vaan kognitiivisiin prosesseihin yhdistetään osallistava ja kokemuksellinen työskentely (Sura, 1999, 227). Toiminnallisessa oppimisessa oppilas on aktiivinen toimija, joka kuulo- ja näköaistinsa lisäksi hyödyntää liike- ja tuntoaistiaan (Parvela-Westerinen, 2013, 24). Koska liike on yksi toiminnallisen oppimisen menetelmistä, katson tässä tutkielmassa liikunnan avulla oppimisen olevan osa toiminnallista oppimista. Parvela-Westerisen (2013, 25) mukaan toiminnallista matematiikkaa voi olla koko kehon liike, ja se tukee Prashnigin (2000, 161) mukaan erityisesti oppijoita, jotka kaipaavat fyysisiä harjoituksia oppimisensa tueksi. Pulli (2002, 12) tarkoittaa liikunnan avulla oppimisella ”opetus- ja oppimistilanteita, joissa lapsi juoksee, hyppää, heittää, kierii, pyörii, kiipeää tai muuten käyttää koko kehoaan”.

Liikunnalla tarkoitetaan tässä tutkielmassa tarkoituksellista fyysistä aktiivisuutta, joka nostaa oppilaan energiankulutusta (ks. esim. Fogelholm, 2007; Kantomaa ym., 2017). *Liikunnallistamisella* tarkoitan tässä tutkielmassa fyysisen aktiivisuuden lisäämistä oppitunneilla, eli liikunnallisia aktiviteetteja ja käytänteitä, joita opettaja sisällyttää matematiikan tunteihinsa. Yksinkertainen esimerkki oppituntien liikunnallistamisesta on tehtävien tekeminen eri puolilla luokkaa pulpetin ääressä istumisen sijaan. Kun oppilaat liikkuvat tunnin aikana pisteeltä pisteelle, oppilaiden kokonaisaktiivisuus nousee. Tämä on myös liikkuvan koulun ideolo-

gian mukaista. Oppituntien liikunnallistamista voivat olla myös erilaiset taukojumpat tai liikunnalliset tehtävät.

Liikuntaa voidaan myös integroida matematiikan oppitunteihin. Kantomaan ja kumppaneiden (2017, 11) mukaan ”opetukseen voidaan integroida liikuntaa esimerkiksi toiminnallisten menetelmien avulla”. Tässä tutkielmassa käytän integroinnin käsitettä, kun myös liikunta on yksi oppimistavoitteista matematiikan lisäksi. Kun harjoitellaan sekä liikunnan että matematiikan taitoja, käytetään tässä tutkielmassa käsitettä *liikunnan integrointi matematiikkaan*.

Kuviossa 1 esitän, miten liikunnan avulla oppiminen, liikunnallistaminen, liikunnan integrointi matematiikkaan sekä liikunnallinen matematiikka käsitetään tässä tutkielmassa.



Kuvio 1. Liikunnallinen matematiikka tässä tutkielmassa.

Kuviosta 1 nähdään, miten liikunnallinen matematiikka käsitetään tässä tutkielmassa. *Liikunnallinen matematiikka* on tässä tutkielmassa käyttämäni käsite, kun tarkoitan kaikkia edellä esiteltyjä tapoja hyödyntää liikuntaa matematiikan tunteilla. Liikunnalliseen matematiikkaan kuuluu niin liikunnan avulla oppiminen, oppituntien liikunnallistaminen kuin liikunnan integrointi matematiikkaan. Kun tässä tutkielmassa käsittelen kertolaskujen opettamista liikunnallisesti, voi kyse olla joko liikunnan käytöstä opetusmenetelmänä, oppituntien liikunnallistamisesta tai liikunnan integroinnista matematiikan tunteihin – tai kaikista näistä erilaisine yhdistelmineen. Tässä pro gradu -tutkielmassa laadin opetusmateriaalia kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen alakoulun kolmannella luokalla huomioiden materiaalissa kaikki edellä mainitut liikunnallisen matematiikan osa-alueet.

## 2 Kehittämistutkimus ja tutkimustehtävä

Tämä pro gradu -tutkielma toteutetaan kehittämistutkimuksena, jossa kehitän materiaalia opettajille kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen. Kehittämistutkimuksella pyritään tuottamaan toimivia käytännön ratkaisuja todellisista tilanteista nouseviin tarpeisiin (Kananen, 2012, 19, 42; Pernaa, 2013, 11). Kehittämistutkimus on suhteellisen uusi tutkimusmenetelmä, eivätkä sen käytänteet ole vielä täysin vakiintuneet. Kehittämistutkimusten julkaisumäärä on kuitenkin ollut kasvussa 2000-luvulla, ja kehittämistutkimus menetelmänä on saanut paikkansa opetuksen tutkimisessa. (Pernaa, 2013, 10–12.) Kehittämistutkimuksesta on käytetty myös nimityksiä design-tutkimus ja suunnittelututkimus (Kiviniemi, 2015, 220). Kehittämistutkimusta ei voida yksiselitteisesti määritellä, vaan siinä tutkimusote on monimenetelmäinen (Kananen, 2012; Pernaa, 2013; Wang & Hannafin, 2005). On myös ajateltu, ettei kehittämistutkimus ole varsinainen tutkimusmenetelmä, vaan se tarjoaa ennemminkin vaihtoehtoisen lähestymistavan tutkimukseen (Wang & Hannafin, 2005, 6). Kehittämistutkimuksella ei ole omaa metodologiaansa, vaan menetelmät valitaan kehitettävän ilmiön ja tutkimusongelman mukaan (Kananen, 2012, 26).

### 2.1 Kehittämistutkimus opetuslalla

Kiinnostus kehittämistutkimukseen opetuslalla on syntynyt, kun opetusta on haluttu kehittää tutkimuspohjaisesti. Menetelmän avulla on haluttu haastaa kritiikkiä, jonka mukaan tutkijoiden tuottama tieto ei kohtaa opettajien käytännön työtä. (Pernaa, 2013, 11.) Collins, Joseph ja Bielaczyc (2004, 16) mainitsevat kehittämistutkimuksen syntyneen tarpeeseen tutkia opetukseen liittyviä ilmiöitä aidossa ympäristössä eikä vain teoreettisesti. Myös Edelsonin (2002, 119) mukaan keskeinen peruste kehittämistutkimukselle on sen tulosten käytettävyys todellisessa koulumaailmassa. Kehittämistutkimuksessa tutkijan ymmärrys tutkittavasta aiheesta kasvaa kehittämisvaiheiden myötä. Itse kehittäminen on yhtä lailla merkityksellistä kuin lopputuloskin. (Edelson, 2002, 107.) Kehittämistutkimuksessa yhdistyvätkin kehittäminen ja tutkimus (Kananen, 2012, 9; Edelson, 2002, 107; Wang & Hannafin, 2005, 8).

Kehittämistutkimuksen tarkoituksena ei ole tuottaa yleistettävissä olevia tuloksia, vaan tutkimustuloksena saadaan aikaan muutos, joka koskee kehittämisprosessin kohdetta (Kananen, 2012, 43). Tässä tutkielmassa pyrin kehittämään kertolaskujen liikunnallista opetusta. Kehittämistutkimuksessa ei siis pyritä tutkittavan ilmiön kuvailuun, vaan tarkoituksena on löytää parempia käytänteitä ja toimivia vaihtoehtoja tutkittaville asioille (Kananen, 2012, 44).

Kehittämistutkimuksella voidaan nähdä olevan samankaltaisia piirteitä toimintatutkimuksen kanssa, ja muun muassa Heikkinen, Kontinen ja Häkkinen (2007, 67) näkevät kehittämistutkimuksen yhtenä toimintatutkimuksen eri suuntauksista. Kananen (2012) puolestaan käsittelee toimintatutkimusta kehittämistutkimuksen muotona. Toisaalta on esitetty myös vastakkaisia näkemyksiä, joiden mukaan kehittämis- ja toimintatutkimuksen yhtäläisyydet ovat näennäisiä (Iivari & Venable, 2009). On myös näkemyksiä, joiden mukaan toimintatutkimus kehittää paikallisesti toimivia ratkaisuja, ja kehittämistutkimuksella pyritään laajempiin yleistyksiin (Anderson & Shattuck, 2012, 17; Barab & Squire, 2004, 5–6). Kananen (2012) puolestaan pitää kehittämis- ja toimintatutkimuksia vain hyvin vähän eroavina. Ero voidaan havaita tutkimusten kohteissa: kehittämistutkimuksessa kohteena ovat yleensä palvelut ja tuotteet, kun taas toimintatutkimuksessa tutkimus kohdistuu ihmisiin ja sosiaalisiin ilmiöihin (Kananen, 2012, 41–42). Pro gradu -tutkielmani on kehittämistutkimus, jonka lopputuote on opetusmateriaali, ja se on samalla myös kehittämisen kohteena (vrt. Kananen, 2012, 41–42).

## **2.2 Menetelmä tässä tutkielmassa**

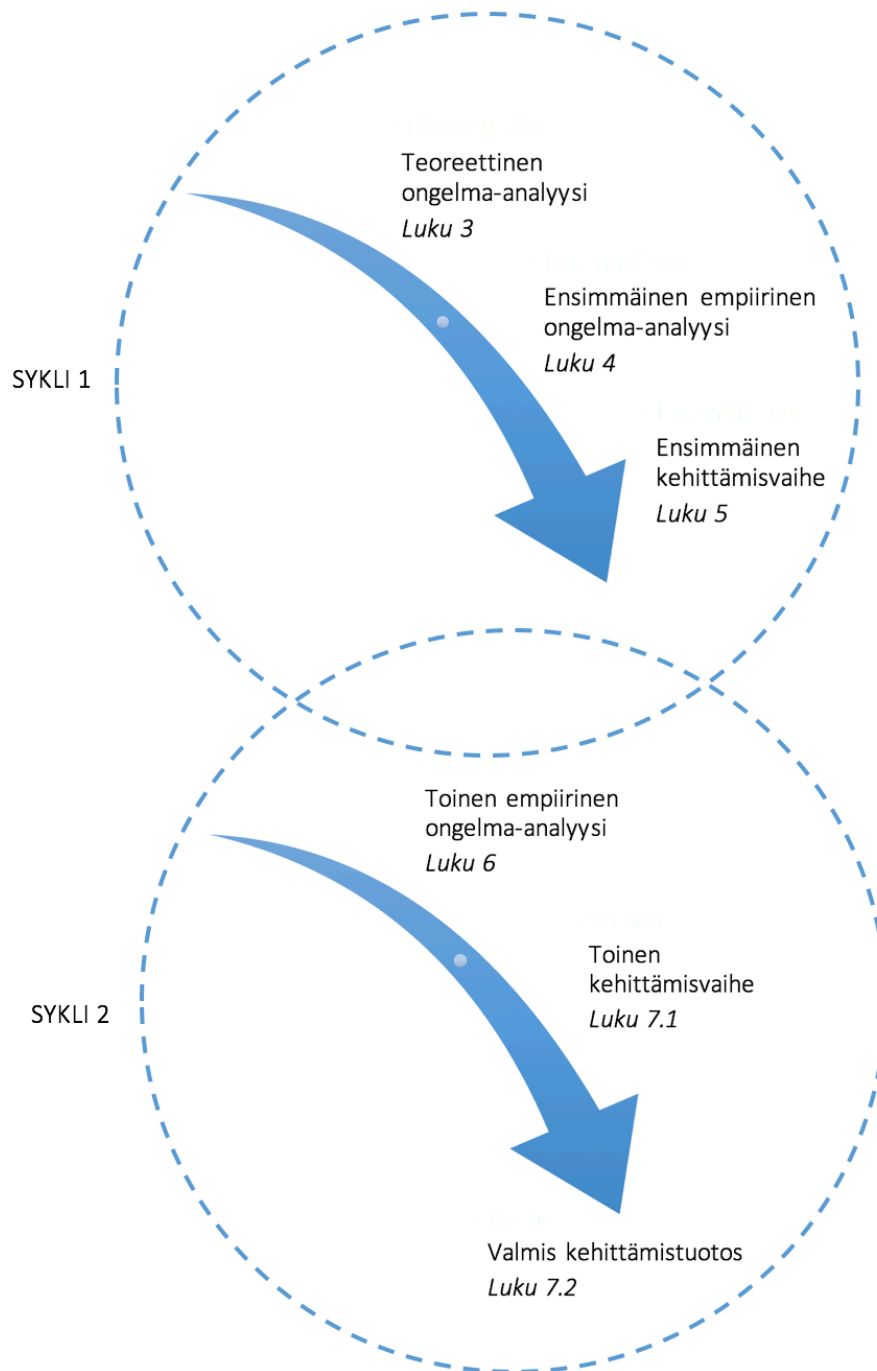
Kanasen (2012, 45) mukaan kehittämistutkimus muodostuu kahdesta prosessista: kehittämistyöstä ja tutkimuksesta. Tässä tutkielmassa kehittämistyön kohteena on materiaali kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen ja tutkimuksen tuotoksena syntyy pro gradu -tutkielma. Kehittämistutkimukseen kuuluu Edelsonin (2002) mukaan kolme osa-aluetta: ongelma-analyysi, kehittämisprosessi sekä kehittämistuotos. Ongelma-analyysissä määritetään kehittämistutkimuksen tarpeet ja tavoitteet. Kehittämisprosessissa suunnitellaan ja määritetään kehit-

tämisprosessin eteneminen ja valitaan tutkimukseen osallistuvat henkilöt. Itse kehittämistuotos on ratkaisu ongelma-analyysin tarpeisiin ja tavoitteisiin. (Edelson, 2002.)

Akselan ja Pernaan (2013, 186) mukaan kehittämistutkimuksen vahvuutena on sen syklinen luonne. Tässä tutkielmassa mukailen Akselan ja Pernaan (2013, 186) esittelemää kahden kehittämissyklin mallia kehittämistutkimuksen tekoon. Ensimmäisessä kehittämissyklissä kartoitetaan teoreettisen sekä empiirisen ongelma-analyysin avulla, millaiselle kertolaskujen liikunnalliselle opetukselle alakouluissa on tarvetta. Toisessa kehittämissyklissä kehitetään materiaalia, jota testataan ja kehitetään edelleen opettajien arvioiden pohjalta. Jatkokehitetty materiaali on käyttökelpoinen opas kertolaskujen opettamiseen alakoulussa. Akselan ja Pernaan (2013, 186) malli on kuusivaiheinen:

1. teoreettinen ongelma-analyysi
2. ensimmäinen empiirinen ongelma-analyysi
3. ensimmäinen kehittämisvaihe
4. toinen empiirinen ongelma-analyysi
5. toinen kehittämisvaihe
6. raportointi.

Malli koostuu ongelma-analyyseistä sekä niitä seuraavista kehittämisvaiheista sekä raportoinnista. Mallin vaiheet vastaavat Edelsonin (2002) kehittämistutkimuksen kolmea osa-aluetta: ongelma-analyysia, kehittämisprosessia sekä kehittämistuotosta. Kehittämistutkimuksen raporttia kutsutaan kehittämiskuvaukseksi, jonka tulee antaa yksityiskohtainen kuvaus koko tutkimusprosessista (Aksela & Pernaa, 2013, 190). Tämä pro gradu -tutkielma on kokonaisuudessaan tutkimusprosessin raportointi, ja Akselan ja Pernaan (2013, 190) mukaan pro gradu -tutkielma sopii laajuudeltaan hyvin kehittämiskuvaukseksi. Kuviossa 2 esitellään tämän kehittämistutkimuksen ja pro gradu -tutkielman rakenne, jonka suunnittelussa olen käyttänyt apuna Akselan ja Pernaan (2013, 186) mallia.



Kuvio 2. Kehittämistutkimuksen rakenne tässä tutkielmassa.

Ennen varsinaisia kehittämissyklejä esitetään tutkimuskysymykset luvussa 2.3. Kuviosta 2 erotetaan tämän kehittämistutkimuksen kaksi kehittämissykliä. Ensimmäiseen kehittämissykliin kuuluvat teoreettinen ongelma-analyysi luvussa 3, empiirinen ongelma-analyysi luvussa 4 sekä ensimmäinen kehittämisvaihe luvussa 5. Luvussa 5 esitellään myös opetusmateriaalin ensimmäinen versio. Toiseen kehittämissykliin kuuluu toinen empiirinen ongelma-analyysi luvussa 6 sekä toinen kehittämisvaihe luvussa 7.1. Akselan ja Pernaan (2013, 187) mu-



kaan kehittämistutkimuksena toteutettavassa pro gradu -tutkielmassa on tarkoituksena luoda jokin konkreettinen kehittämistuotos. Luvussa 7.2 esiteltävä opetusmateriaalipaketti kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen on juuri tällainen.

Teoreettisessa ongelma-analyysissä kuvaan liikunnan merkitystä oppimisessa sekä käsittelen kertolaskujen opettamista aiemman tutkimuksen perusteella. Teoreettista ongelma-analyysia tukee ensimmäinen empiirinen ongelma-analyysi. Empiiristä ongelma-analyysia kutsutaan myös tarve-analyysiksi, joka täydentää teoreettisen ongelma-analyysin pohjalta esiin tulleita kehittämistarpeita (Aksela & Pernaa, 2013, 186). Empiirisessä ongelma-analyysissä selvitän luokanopettajien ajatuksia liikunnallisesta matematiikasta ja kartoitan, millaista materiaalia sen tueksi kaivataan. Ensimmäisessä kehittämisvaiheessa valmistetaan alustava kehittämistuotos eli materiaali kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen ja sitä käytetään minun sekä luokanopettajien toimesta kolmessa koululuokassa.

Toisessa empiirisessä ongelma-analyysissä opettajat antavat palautetta materiaalista sen oltua käytössä luokissa. Toisella kehittämisvaiheella tarkoitetaan materiaalin jatkokehittämistä opettajien suorittamien arvioiden pohjalta. Lopuksi suoritetaan tutkimuksen raportointi. Tutkimuksen toteutusta koskevissa luvuissa tuodaan yksityiskohtaisemmin esiin tutkimuksen kulku ja edellä kuvatut kehittämistutkimuksen vaiheet.

## 2.3 Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tämän tutkielman tarkoituksena on tarkastella matematiikan opettamista liikunnallisesti ja sitä, millaista on hyvä materiaali liikunnallisen matematiikan opettamiseen. Tutkielman tarkoitus tarkentui tutkimustehtäväksi, joka on **laatia käytökelpoista ja innostavaa materiaalia kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen alakoulun kolmannella luokalla.**

Koska kyseessä on kehittämistutkimus, jonka tavoitteena on kehittää opetusmateriaalia, rakentuvat tutkimuskysymykset kehittämistutkimuksen mallin mukaisesti. Ensimmäinen kysymys liittyy ongelma-analyyseihin, joiden avulla kartoite-

taan liikunnan mahdollisuuksia kertolaskujen opetuksessa. Toinen kysymys liittyy kehitettävän opetusmateriaalin arviointiin ja kolmas kysymys lopulliseen kehittämistuotokseen. Tutkimuskysymyksiksi muotoutuivat seuraavat kysymykset:

1. Mitä perusteita liikunnallisen matematiikan hyödyntämiselle opetuksessa on?
2. Miten opettajat kokevat liikunnallisen matematiikan hyödyntämisen ja opetusmateriaalin käytön luokissaan?
3. Mitkä opetusmateriaalin ominaisuudet tukevat kertolaskujen opettamista liikunnallisesti?

Tutkimuskysymyksiin saadaan vastauksia kehittämistutkimuksen eri vaiheissa. Ensimmäiseen kysymykseen vastataan teoreettisen ja ensimmäisen empiirisen ongelma-analyysin tuomien vastausten pohjalta. Toiseen kysymykseen saadaan vastaus toisen empiirisen ongelma-analyysin jälkeen, kun materiaalia on käytetty kolmessa alakoulun kolmannessa luokassa ja luokkien opettajat ovat tutustuneet materiaaliin. Kolmanteen tutkimuskysymykseen vastaa koko kehittämistutkimuksen lopputuote, eli valmis kehittämistuotos sen arvioinnin ja jatkokehittämisen jälkeen.

### **3 Teoreettinen ongelma-analyysi**

Tämä luku on kehittämistutkimuksen teoreettinen ongelma-analyysi, jossa kar-  
toitetaan, miksi liikuntaa on perusteltua hyödyntää koulussa ja matematiikan  
opetuksessa sekä tuodaan esille, miten kertolaskuja voidaan opettaa liikunnalli-  
sesti. Luvussa 3.1 viitataan Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteista  
(2014) esiin nousseisiin perusteluihin, jotka tukevat toiminnallisuuden hyödyn-  
tämistä opetuksessa. Tässä tutkielmassa liikunnan avulla oppimisen katsotaan  
olevan osa toiminnallista oppimista. Luvussa 3.2 käsitellään käsitteenmuodos-  
tusta ja konkretiaa. Liikunnan roolia oppimisessa avaan luvussa 3.3. Liikunnan  
ja oppimisen suhteen käsittelyä jatketaan luvussa 3.4 esittelemällä liikunnan  
vaikutuksia koulumenestykseen ja oppimistuloksiin. Luvuissa 3.5 ja 3.6 kuva-  
taan kertolaskujen opettamista ja oppimista Perusopetuksen opetussuunnitel-  
man perusteiden (2014) ja kertolaskujen oppimiseen ja opettamiseen liittyvän  
tutkimuksen mukaan.

#### **3.1 Toiminnallisuus perusopetuksen opetussuunnitelman pe- rusteissa**

Suomessa perusopetuksen järjestämistä ohjaavat opetussuunnitelman valta-  
kunnalliset perusteet, jotka laaditaan perusopetuslain ja -asetuksen pohjalta  
(Opetushallitus, 2016b; Opetushallitus, 2014, 9). Perusopetuksen opetussuun-  
nitelman perusteissa (2014) ohjataan opetuksen järjestäjiä oppiainekohtaisten  
sisältöjen ja tavoitteiden lisäksi muun muassa oppimiskäsitykseen, opetuksen  
järjestämiseen, työtapoihin opetuksen eheyttämiseen liittyen. Opetussuunnitel-  
massa on lukuisia kohtia, jotka tukevat opetuksen toiminnallisuuden huomioi-  
mistä. Luvussa 1.2 määriteltiin liikunnan avulla oppimisen olevan osa toiminnal-  
lista oppimista, joten opetussuunnitelman toiminnallisuutta korostavien kohtien  
katsotaan puoltavan myös liikunnallisten menetelmien käyttöä. Liikunnallisten  
menetelmien huomioiminen opetuksessa vastaa moniin opetussuunnitelman  
vaatimuksiin esimerkiksi erilaisten työtapojen hyödyntämisen osalta. Työtavois-  
ta opetussuunnitelmassa mainitaan erikseen kokemukselliset ja toiminnalliset  
työtavat sekä liikkuminen, jotka opetussuunnitelman mukaan ”lisäävät oppimi-

sen elämyksellisyyttä ja vahvistavat motivaatiota” (Opetushallitus, 2014, 30). Alkuopetuksen eli vuosiluokkien 1–2 kontekstissa korostetaan havainnollisuutta ja toiminnallisuutta sekä leikkiä ja pelillisyyttä (Opetushallitus, 2014, 98), eikä näitä seikkoja tulisi unohtaa ylemmilläkään luokilla. Lisäksi opetuksen eheyttäminen ja monialaisten oppimiskokemusten luominen nähdään opetussuunnitelman mukaan olennaisena osana perusopetusta, ja sitä voidaan toteuttaa esimerkiksi integroimalla oppiaineita keskenään (Opetushallitus, 2014, 31), kuten liikuntaa ja matematiikkaa tässä tutkielmassa.

Opetussuunnitelmassa määritellään matematiikkaa oppiaineena erikseen alakouluun vuosiluokille 1–2 sekä vuosiluokille 3–6. Molemmissa vaiheissa opetussuunnitelman mukaan ”konkretia ja toiminnallisuus ovat keskeinen osa matematiikan opetusta ja opiskelua”. Vuosiluokilla 1–2 matematiikan oppimisympäristöihin ja työtapoihin kuuluviin tavoitteisiin kuuluu sellaisen oppimisympäristön luominen, jossa ”matematiikkaa opiskellaan toiminnallisesti ja välineiden avulla”, ja samankaltaiseen oppimisympäristöön viitataan myös vuosiluokkien 3–6 kohdalla. (Opetushallitus, 2014, 128–130, 234–236.) Vaikka havainnollistamisvälineiden käyttö on olennainen osa matematiikan oppimista ja välineiden käytön voidaan ajatella olevan toiminnallista matematiikkaa, en tässä tutkielmassa keskity välineisiin, sillä niiden kanssa työskennellessään oppilas käyttää pääasiassa käsiään. Tässä tutkielmassa keskityn koko kehon liikkeeseen ja sen avulla oppimiseen. Erotan näin taktiillisen ja kinesteettisen aistikanavan toisistaan: taktiillista aistikanavaa hyödyntämällä tietoa omaksutaan käsin kosketelun, tunnustelun ja käsittelyn avulla (Prashnig, 2000, 153), mitä on juurikin esimerkiksi matematiikan havainnollistamisvälineiden hyödyntäminen. Kinesteettisen aistikanavan hyödyntäminen puolestaan edellyttää koko kehoon kohdistuvia kokemuksia ja fyysisiä harjoituksia oppimisprosessissa (Prashnig, 2000, 155).

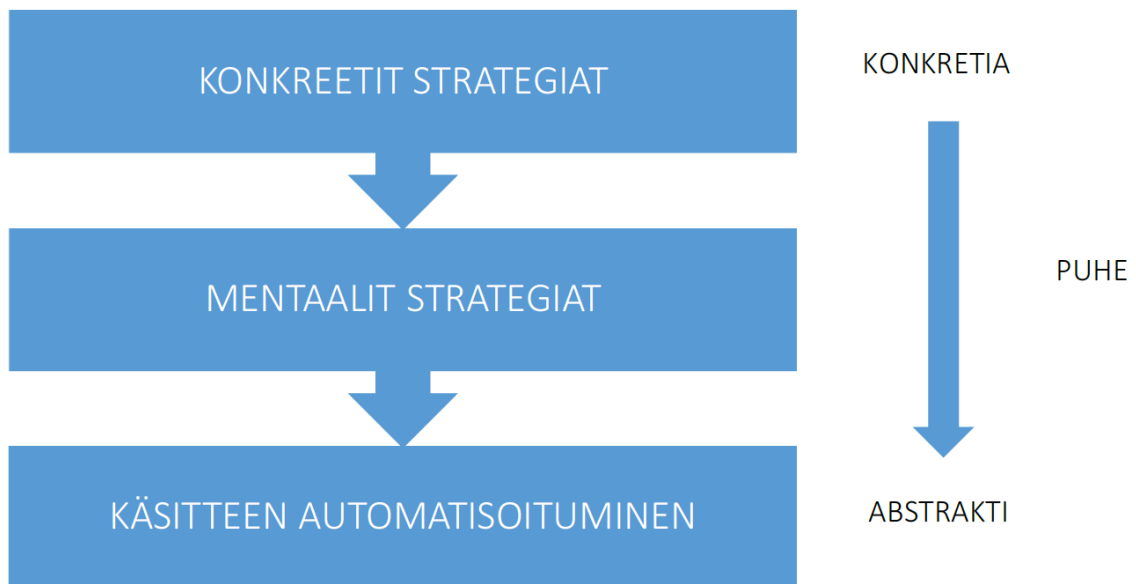
Tässä tutkielmassa *kehollisella oppimisella* nähdään myös olevan yhtymäkohtia toiminnalliseen oppimiseen. Parvela-Westerinen (2013, 24) määrittelee toiminnallisuuden myös ”koko kehon avulla saataviksi aistimuksiksi”, ja kehollisessa oppimisessa ”matematiikkaa opetellaan koko kehon kautta” (Parvela-Westerinen, 2013, 67). Liikunnan avulla oppiminen ja kehollinen oppiminen ovat

käsitteinä lähellä toisiaan. Anttilan (2013, 31, 42–43) mukaan kehollinen oppiminen tapahtuu koko kehossa ja perustuu ”kehossa syntyviin, liikkeen ja toiminnan tuottamiin aistimuksiin, havaintoihin ja kokemuksiin”. Käsitän tässä tutkielmassa kehollisen oppimisen sellaisena toiminnallisen oppimisen muotona, jossa oppilas käyttää oppimistilanteessa kokonaisvaltaisesti kehoaan. Nykyiseen oppimiskäsitykseen kuuluvat Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014, 17) mukaan esimerkiksi kehollisuus ja eri aistien käyttö, ja ne nähdään oppimisen kannalta olennaisina. Kehollinen oppiminen sopii tässä tutkielmasani liikunnallisen oppimisen määritelmän rinnalle kuvaamaan liikunnan ja koko kehon käyttöä oppimisen tukemisessa.

### **3.2 Konkretian ja toiminnallisuuden merkitys matemaattisessa käsitteenmuodostuksessa**

Matematiikan kieli muodostuu monista käsitteistä, joten käsitteenmuodostus ja käsitteiden ymmärtäminen ovat keskeisessä osassa matematiikan opetuksessa (ks. esim. Ikäheimo, 2002). Matematiikan opetuksen tarkoituksena on Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014, 128) mukaan luoda pohja ”matemaattisten käsitteiden ja rakenteiden ymmärtämiselle”. Tässä alaluvussa käsitellään teorioita, jotka tukevat konkretian ja toiminnallisuuden huomioimista matemaattisessa käsitteenmuodostuksessa, sekä tuodaan esille, miten liike ja liikunta voivat tukea käsitteenmuodostusprosessia.

Keskeistä uuden käsitteen ymmärtämisen kannalta on Ikäheimon (2002) mukaan muun muassa käsitteiden konkretisoiminen ja asia johdonmukainen eteneminen ja käsittely. Matemaattinen käsitteenmuodostusprosessi etenee konkreetista kohti abstraktia. Tätä kuvataan kuviossa 3. (Lilli, Putkonen, Sinnemäki & Mikkonen, 2010, 10.)

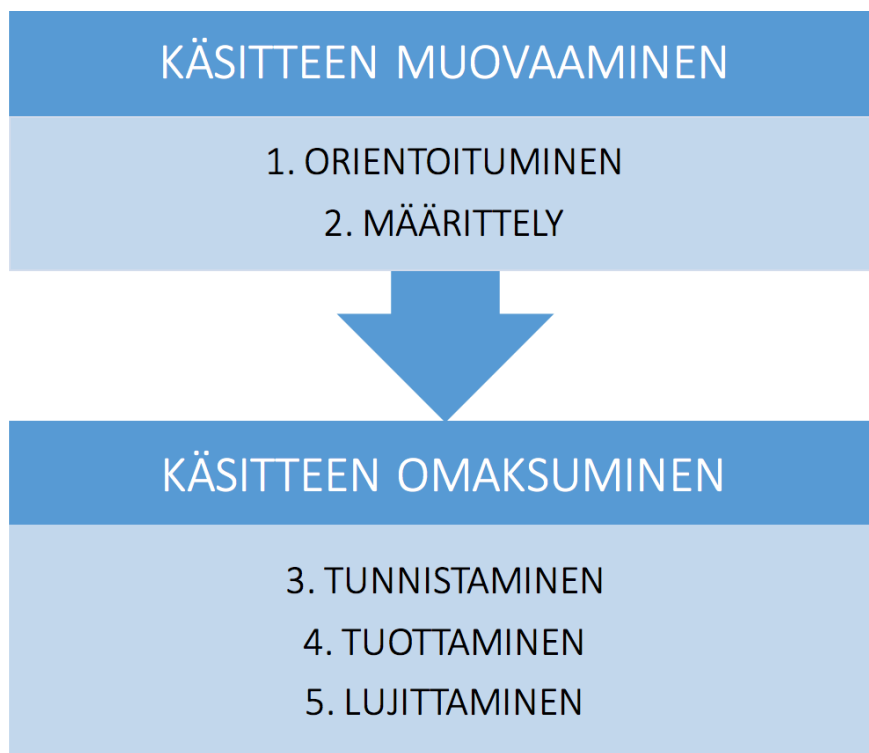


Kuvio 3. Käsitteenmuodostusprosessi Lillin, Putkosen, Sinnemäen ja Mikkosen (2010, 10) mukaan.

Käsitteenmuodostusprosessissa (Lilli ym., 2010, 10) ennen käsitteen automatisoitumista oppilas oppii matematiikkaa konkreettien ja mentaalien strategioiden avulla. Mikäli opetuksessa siirrytään liian varhain abstraktille symbolitasolle, käsitteet saatetaan oppia puutteellisesti tai jopa väärin, mistä voi seurata oppimisvaikeuksia (Ikäheimo & Risku, 2004, 21). Liike ja liikunta voivatkin tukea hyvin konkretisointia ja näin edistää käsitteenmuodostusprosessissa siirtymistä mentaalille ja abstraktille tasolle. Ikäheimon (2002, 38) mukaan käsitteiden oppimiseen tulee varata riittävästi aikaa, ja lisäksi virheellisesti opitun käsitteen poisoppiminen on työlästä. Liikunnan avulla voidaankin lisätä muun muassa käsitteenmuodostusprosessille keskeisiä toistoja ja harjoituskertoja ilman oppilaiden puutumista, sillä useiden tutkimusten mukaan oppitunteihin sisällytetty liikunta parantaa oppilaiden keskittymistä (ks. esim. Goh, Hannon, Webster, Podlog & Newton, 2016; Mahar, Murphy, Rowe, Shields & Raedeke, 2006; Streaan, 2010; Syväoja ym., 2012;).

Käsitteenmuodostusprosessia kuvaa myös Haapasalo (1991, 5–8; 2011, 202–206), jonka määritelmän mukaan käsitteenmuodostusprosessiin kuuluvat vaiheet 1) käsitteeseen orientoituminen, 2) käsitteen määrittely, 3) käsitteen tunnistaminen, 4) käsitteen tuottaminen sekä 5) käsitteen lujittaminen. Käsitteeseen orientoitumista ja käsitteen määrittelyä kutsutaan yhdessä käsitteen muo-

vaamiseksi, ja käsitteen tunnistamista, tuottamista ja lujittamista kutsutaan käsitteen omaksumiseksi. Tätä kuvataan kuviossa 4. (Haapasalo, 1991, 5).



Kuvio 4. Käsitteenmuodostusprosessi Haapasalon (1991, 5) mukaan.

Haapasalon (1991, 6) mukaan käsitteen muovaamisessa (kuvio 4, vaiheet 1 ja 2) on konstruktivistisen oppimiskäsityksen mukaisesti olennaista luovien työmuotojen käyttäminen. Tällöin oppilaan rooli on oppimisessa aktiivinen. Konstruktivistisessa oppimiskäsityksessä uusi tieto rakentuu aina vanhan tiedon pohjalle. Oppilaat käyttävät olemassa olevia käsityksiään uuden tiedon konstruimiseen ja oppiminen on oppilaan oman toiminnan tulosta. (Rauste-von Wright, von Wright & Soini, 2003, 162–165.) Järvinen (2011) määrittelee toiminnallisuuden yhdeksi konstruktivistisen oppimiskäsityksen didaktisista periaatteista. Toiminnalliset ja liikunnalliset työmuodot ovatkin esimerkkejä luovista, oppilaita aktivoivista menetelmistä, joita voi hyvin hyödyntää käsitteen muovaamisvaiheessa. Haapasalon (1991, 8) mukaan myös erityisesti käsitteen lujittamisessa (vaihe 5) tarvitaan niin ikään luovaa työskentelyä ja oppilaiden produktiivista, luovaa ajattelua. Tällöin toiminnalliset ja liikunnalliset menetelmät tulevat taas kysymykseen.

Konkretian ja toiminnallisuuden roolia opetuksessa korostaa myös Piaget (1998), jonka teoria lapsen kognitiivisesta kehityksestä on yksi keskeisimmistä kognitiivisen kehityksen teorioista, vaikka sitä onkin myös kritisoitu (ks. esim. Lakka, 2014; Rauste-von Wright ym., 2003). Ahosen ja kumppaneiden (2005, 22) mukaan Piaget'n ajatukset ja kehityspsykologian teoriat ovat olleet olennaisena pohjana motorisen ja kognitiivisen kehityksen yhteyden pohdinnalle. Piaget'n teoriat liittyvät oleellisesti myös konstruktivistiseen oppimiskäsitykseen, sillä hän korosti oppilaan aktiivista roolia oppimisessa (Leino, 2004, 20). Nykyäänkin Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet (2014, 17) perustuu ”oppimiskäsitykseen, jonka mukaan oppilas on aktiivinen toimija”.

Piaget'n (1988, 98–109) mukaan lapsen älyllinen ajattelu kehittyy vaiheittain, ja hän jakaa tämän kehityksen neljään kauteen; *sensomotoriseen*, *esioperationaaliseen*, *konkreettisten operaatioiden* ja *muodollisten operaatioiden* kauteen. Lapset eivät siirry kehitysvaiheesta seuraavaan välttämättä saman ikäisinä, mutta vaiheet seuraavat toisiaan aina samassa järjestyksessä. Lapsi on alakouluikäisenä (n. 7–12-vuotiaana) konkreettisten operaatioiden vaiheessa, jolloin myös opetuksessa tulee huomioida toiminta ja konkretia. (Piaget, 1988, 98–109.) Piaget'n teorian kanssa yhteneväisesti puhuu myös Paalasmaa (2014). Alkuopetuksessa oppilaan ajattelu on vielä konkreettista, joten opetuksenkin on hyvä tapahtua konkreettisesti ja toiminnallisesti. Vaikka oppilaan ajattelu kehittyy iän myötä loogisemmaksi ja abstraktimmaksi, ei konkretian ja havainnollisuuden merkitystä opetuksessa saa unohtaa. (Paalasmaa, 2014, 76.) Toiminnalliset menetelmät sopivat Suran (1999) mukaan kaikille oppilaille, mutta erityisesti niille, joiden verbaalis-kognitiiviset taidot ovat heikot sekä niille, ja jotka ovat ”toiminnannälkäisiä” (*act hunger*) eli kaipaavat fyysistä toimintaa työstääseen oppimistaan.

Toiminnallisuus on keskeisessä roolissa myös Brunerin kognitiivisen kasvun teoriassa (1964), joka on saanut vaikutteita Piagetilta (ks. esim. Miettinen, 1995). Bruneria pidetään matematiikan opetuksen kehittäjänä, ja hän on tutkinut sekä aikuisten että lasten käsitteenmuodostusta (Koponen, 1995, 176). Samoin kuin Piaget (1988), myös Brunerin (1964) teoria korostaa toiminnan ja konkretian merkitystä oppimisen lähtökohtana. Bruner (1964) näkee oppimisen kolmi-



vaiheisena ja esittää kolme tasoa, jotka käydään läpi kyseisessä järjestyksessä. Ensimmäisellä tasolla (*enactive representation*) opitaan toiminnallisesti, tekemisen kautta, todellisia kokemuksia hankkien. Toisella tasolla (*iconic representation*) kuvat tai mielikuvat edustavat tiettyä käsitettä tai ilmiötä. Kolmannella tasolla (*symbolic representation*) irrottaudutaan konkreettisista havainnoista ja kuvis- ta ja siirrytään abstraktiin, sanojen tai kielen kautta käsittelyyn. (Bruner, 1964.) Brunerin oppimisen tasoja voidaan nimittää toiminnalliseksi, ikoniseksi ja symboliseksi tasoksi (ks. Koponen, 1995, 176–177). Toiminnallisella tasolla lapsi liittää toiminnan kautta opeteltavan asian osaksi tuttua tapahtumaa. Koposen (1995, 176) mukaan toiminnallisuus auttaa säilyttämään opeteltavan asian muistissa. Ikonisella tasolla lapsi pystyy joko piirrosten tai mielikuvien avulla lähestymään edellä toiminnallisesti opittua asiaa. Symbolisella tasolla lapsi ei tarvitse enää toiminnallista tai ikonista esitystapaa, vaan pystyy esimerkiksi laskemaan laskuja symbolein. (ks. Koponen, 1995, 176–177.)

Myös Suomessa runsaasti jalansijaa saaneen unkarilaisen matematiikan eli Varga–Neményi-opetusmenetelmän peruspilareihin kuuluvat niin ikään fyysiset, keholliset kokemukset. Tikkanen (2008, 86) pitää koko menetelmän tärkeimpänä periaatteena todellisuuteen perustuvien, fyysisten kokemusten hankkimista. Menetelmän periaate abstraktion tie kuvaa käsitteen oppimisen vaihetta ”kehollisista kokemuksista väline- ja kuvavaiheen kautta abstraktisiin ja symbolisiin loogis-matemaattisiin kokemuksiin”. (Tikkanen, 2008, 86.) Abstraktion tie sopii yhteen myös muun muassa Brunerin ja Piaget’n teorioiden kanssa, joissa oppimisen lähtökohtana ovat konkreettiset ja toiminnalliset kokemukset.

### 3.3 Liikunnan rooli oppimisessa

Tässä alaluvussa käsitellään liikunnan merkitystä oppimisessa. Huisman ja Nissinen (2005) puhuvat liikunnan puolesta toiminnallisena opetusmenetelmänä sekä liikunnan merkityksestä oppimisen väylänä. Erilaiset liikunnalliset harjoitukset toimivat eri oppiaineissa oppimisvalmiuksien, kuten havaintomotoristen sekä hienomotoristen taitojen, kehittäjänä. Liikunnan avulla oppilas oppii muun muassa hahmottamaan suuntia ja etäisyyksiä, tuntemaan käsitteitä, suuntaa-

maan tarkkaavaisuutta ja keskittymään sekä havaitsemaan kokoja, muotoja ja määriä – tämä luo pohjaa kielelliselle ja matemaattiselle opiskelulle. (Huisman & Nissinen, 2005, 32–33.) Lisäksi liikunnan avulla oppilas saa kokemuksia omasta kehostaan, mikä on tärkeää muun muassa oppilaan itsetuntemuksen ja minäkäsityksen kehitykselle (Laakso, Nupponen & Telama, 2007, 42).

Blakemoren (2003) mukaan ihmiset oppivat yksilöllisesti, mutta myös hän pitää liikkeen ja fyysisen aktiivisuuden merkitystä oppimisessa oleellisena. Ajattelu ja oppiminen eivät tapahdu yksinomaan aivoissa, vaan myös kehon rooli oppimisessa on huomioitava. Aivot aktivoituvat juuri liikkeessä, joten voidaan ajatella liikkeen olevan olennaista myös oppimisen kannalta. Jos oppilaat vielä ajattelevat liikkumisen aikana, on liikkeestä erityistä hyötyä oppimiselle. (Blakemore, 2003, 1–4.) Kokonaisvaltainen ja moniaistinen oppiminen tapahtuu parhaiten konkreettisesti ja itse tekemällä, liikkumalla ja leikkimällä. Oppilaat on hyvä saada pois pulpeteistaan ja irti pelkästään kuunteluun ja katseluun perustuvasta oppimisesta. (Paalasmaa, 2014, 76–77.) Eri aistikanavien, kuten kinesteettisen aistikanavan, käyttäminen voi edesauttaa oppimista (Ikäheimo & Risku, 2004, 225). Myös Jensenin (2000, 35) mukaan kouluissa istutaan aivan liikaa, jolloin opetukseen käytettävä aika menee jopa hukkaan. Tärkeämpää olisi aktivoida oppilaat esimerkiksi liikkeen avulla – tällöin opittu asia säilyy mielessä pidempään, se on helpompi palauttaa mieleen ja se tavoittaa monenlaisia oppijoita. Lisäksi liikkeen avulla oppiminen on hauskaa ja sopii alakouluikäisille. Oppilaita liikkeen avulla aktivoiva opetus edistää oppimista enemmän, kuin passiivinen, oppilaiden paikoillaan pysymistä vaativaa opetus. (Jensen, 2000, 37.)

Howard Gardnerin moniälykkyysteoria on muuttanut kasvattajien ajattelua älykkyydestä (ks. esim. Kaufmann & Dehline, 2014). Gardnerin (1984) moniälykkyysteorian mukaan älykkyys koostuu useasta eri osa-alueesta, eikä näitä voi välttämättä mitata testein. Eri älykkyyden lajit myös aktivoivat aivoissa eri alueita (Gardner, 1984). Yksi Gardnerin älykkyyden muodoista on kehollis-kinesteettinen älykkyys (*bodily-kinesthetic intelligence*) (Gardner, 1984, 205), joka voidaan suomentaa myös liikunnalliseksi älykkyydeksi. Liikunnallisesti älykkäät oppilaat pystyvät esimerkiksi kontrolloimaan kehoaan ja käsittelemään esineitä taidokkaasti sekä pystyvät käyttämään kehoaan tehtävien suorittami-

seen tai ongelmien ratkaisemiseen (Gardner, 2006, 7; Gardner & Hatch, 1989, 6). Tällaisilla oppilailla liikunta voi toimia myös nimenomaan oppimisen väylänä.

Pulli (2002) on tutkinut lukumääräkäsitteen opettamista liikunnan avulla esikouluikäisille. Liikunnan avulla oppimiseen hän määrittelee kolme rinnakkaista tulkintaa. Ensinnäkin liikuntatilanteissa käytettävät käsitteet, kuten lukumäärät, värit, muodot ja ominaisuudet, laajentavat lapsen sanavarastoa ja edistävät näin matemaattisten käsitteiden oppimista. Liikuntatilanteissa onkin olennaista aktiivinen kielenkäyttö, jonka myötä lapsi oppii matematiikan käsitteitä (vrt. Lilli ym., 2010). Toisaalta Pulli (2001) näkee liikunnan perusteltuna menetelmä matemaattisten käsitteiden opettelussa juuri siksi, että sen avulla lapsi saa konkreettisen ja mielekkään kokemuksen opeteltavasta käsitteestä. Itse liike ei välttämättä tällöin ole oppimisen edellytys, vaan liikunnallinen ulottuvuus kulkee matemaattisen tehtävän rinnalla. Kolmanneksi liikunta voi toimia opetusmenetelmänä, jolloin opeteltavaa matematiikan käsitettä lähestytään liikkeen avulla. Lukumäärän käsitettä opettaessa voidaan hyödyntää liikettä, esimerkiksi hyppyjä tai pallonheittoja, jolloin lapselle jää konkreettinen tuntemus lukumäärästä liikekokemuksen tai liikuntavälineen avulla. (Pulli, 2001, 82–89.)

### **3.4 Liikunta ja oppimistulokset**

Tässä alaluvussa käsitellään, miten liikunnan on todettu olevan yhteydessä oppimistuloksiin. Tutkimukset, joissa käsitellään liikunnan ja oppimisen yhteyttä, perustuvat usein liikkeen ja fyysisen aktiivisuuden vaikutuksiin aivoihin ja sitä kautta koulumenestykseen. Syväoan ja kumppaneiden (2012, 11) raportissa todetaan oppitunteihin integroidulla liikunnalla ja fyysisen aktiivisuuden lisäämisellä olleen positiivinen yhteys koulumenestykseen useimpien vuosina 2008–2011 ilmestyneiden tutkimusten mukaan. Erityisesti matemaattisissa aineissa on havaittu liikunnan positiivinen vaikutus oppimistuloksiin. Kaikkia oppimiseen liittyvien tekijöiden yhteyksiä liikuntaan ei kuitenkaan vielä tunneta kattavasti, joten lisää tutkimusta tarvitaan. (Syväoja ym., 2012, 11.) Syväoja ja kumppanit (2012, 26) tiivistävät, ettei liikunnan lisäämisellä koulupäivään ole tutkimusten

mukaan ollut ainakaan oppimistuloksia heikentävää vaikutusta, vaan se päinvastoin saattaa edistää oppimista.

Liikunnan positiivisia vaikutuksia koulumenestykseen selittää myös liikunnan välillisillä hyödyillä oppimiselle. Syväoan ja kumppaneiden (2012) mukaan liikunnan välillinen yhteys oppimiseen liittyy liikunnan parissa opittuihin vuorovaikutustaitoihin, motorisiin taitoihin ja fyysiseen suorituskyykyyn. Liikunta kehittää ryhmätöitä, itseohjautuvuutta ja terveyttä. Liikunnallisesti aktiivisilla lapsilla on myös vähemmän poissaoloja koulusta ja heillä on korkeammat jatkokoulutustavoitteet, mikä jo itsessään selittää koulumenestystä. Lisäksi koulupäivän liikunnallistamisella voidaan vähentää häiriökäyttäytymistä ja siten parantaa koulutehtäviin keskittymistä. (Syväoja ym., 2012, 5, 17, 19.) Liikunnan harrastamisella on myös todettu olevan positiivinen yhteys itsetuntoon (ks. esim. Blakemore, 2003; Syväoja ym., 2012), mikä vaikuttaa kouluviihtyvyyteen ja on niin ikään olennaista oppilaan koulunkäynnin kannalta.

Liikunnalla vaikuttaa olevan myönteisiä vaikutuksia tiedollisiin toimintoihin, muistiin ja toiminnanohjaukseen (Syväoja ym., 2012, 17, 19). Liikunnan ja tiedollisten toimintojen yhteyttä selittävät liikunnan positiiviset vaikutukset aivojen kehitykseen ja toimintaan (Jaakkola, Sääkslahti & Liukkonen, 2009, 49–50; Syväoja ym., 2012, 17). Aivotutkimukset osoittavat kiistatta liikunnan vaikutukset aivojen rakenteeseen, aivosolujen ja uusien hermoyhteyksien syntymiseen sekä aivojen kognitiivisista toiminnoista vastaavien osien kehittymiseen ja näin ollen oppimisvalmiuksien parantumiseen (Jaakkola ym., 2009, 49–50). Liikunnan ja tiedollisten toimintojen yhteys puolestaan selittää liikunnan ja oppimistulosten yhteyttä (Syväoja ym., 2012, 17). Ahosen ja kumppaneiden (2005, 22–24) mukaan liikunnan lisäämisellä voidaan mahdollisesti vaikuttaa kognitiiviseen oppimiseen jopa suoraan, sillä motorinen ja kognitiivinen oppiminen perustuvat samoihin aivomekanismeihin. Myös Conyersin ja Wilsonin (2015) mukaan fyysinen aktiivisuus parantaa aivokapasiteettia. Heidän mukaansa oppiminen ole ainoastaan kognitiivinen prosessi, vaan ajattelun, tunteiden ja fyysisyyden vuorovaikutus voi parantaa uusien tietojen ja taitojen kehittymistä. Fyysinen aktiivisuus ja liikunta parantavat oppimisvalmiuksia, ja liikunta myös auttaa pitämään opitun asian paremmin muistissa. (Conyers & Wilson, 2015.)

Liikunnan hyödyntäminen oppitunneilla voi parantaa myös oppilaiden keskittymiskykyä ja luokkahuonekäyttäytymistä (Goh ym., 2016; Mahar ym., 2006; Strean, 2010; Syväoja ym., 2012). Oppilaiden osallistaminen ja aktivoiminen liikkeen avulla voi olla ratkaisu keskittymisongelmiin ja siten tehostaa oppimista (Strean, 2010, 33). Myös Vuorisen (2009, 52–53) mukaan oppilaita voi aktivoida monin tavoin, ja toiminnallinen aktivointi on hyödyllistä monenlaisissa työtavoissa. Nuoret oppilaat kaipaavat älyllisen ja elämyksellisen aktivoinnin lisäksi toimintaa, jossa fyysinen aktiivisuus nousee. (Vuorinen, 2009, 52–53.) Jaakkolan (2013, 262) mukaan fyysisesti aktiiviset oppilaat luovat itselleen paremmat mahdollisuudet menestyä akateemisissakin aineissa. Samoin Trostin (2007) mukaan liikunnalliset oppilaat menestyvät usein muita paremmin myös akateemisissa oppiaineissa.

Useiden tutkimusten mukaan lasten hyvä kunto on yhteydessä parempaan koulumenestykseen (ks. esim. Blakemore, 2003; Davis & Cooper, 2011; Kristjánsson, Sigfúsdóttir, Allegrante, & Helgason, 2009). Esimerkiksi Blakemoren (2003) tutkimus osoitti selvän yhteyden fyysisen kunnon ja koulumenestyksen välillä viides-, seitsemäs- ja yhdeksäsluokkalaisilla oppilailla. Yksi keskeinen tutkimuksen tulos oli juuri matematiikan osaamisen ja fyysisen kunnon yhteys, joka oli suurempi kuin esimerkiksi fyysisen kunnon ja lukemisen välillä. Lisäksi tutkimus osoitti fyysisen aktiivisuuden yhteyden oppilaiden henkiseen hyvinvointiin, itsetuntoon ja valppauteen, jotka niin ikään vaikuttavat positiivisesti oppilaiden koulumenestykseen. (Blakemore, 2003, 6.)

Myös oppituntien liikunnallistamisella eli fyysisen aktiivisuuden lisäämisellä oppitunneilla on useiden tutkimusten mukaan havaittu positiivinen yhteys koulumenestykseen (ks. esim. Donnelly & Lambourne, 2011; Erwin ym., 2012; Goh ym., 2016; Kibbe, Hackett, Hurley, McFarland, Schubert, Schultz & Harris, 2011; Maeda & Randall, 2003; Mahar ym., 2006; Trudeau & Shephard, 2008; Bartholomew, & Jowers, 2011). Fyysisellä aktiivisuudella ja liikkeellä on osuutensa lapsen oppimisvalmiuksien luomisessa (Maeda & Randall, 2003), mikä voi selittää tutkimustuloksia.

### 3.5 Kertolaskut alakoulussa

Kertolaskut ovat yksi matematiikan tavoitteisiin liittyvistä keskeisimmistä sisältö-alueista alakoulussa vuosiluokilla 1–2 sekä 3–6 (Opetushallitus, 2014, 129, 235). Kertolaskut opitaan uutena matematiikan sisältönä alakoulussa yleensä toisen luokan kevätlukukaudella. Kolmannen luokan aloittaessaan oppilaan tulisi siis hallita vuosiluokkien 1–2 tavoitteet matematiikassa, joihin kuuluu kertolaskuun liittyen kertolaskun käsitteen ymmärtäminen konkreetian avulla sekä kertotaulujen 1–5 ja 10 opetteleminen. Lisäksi opetussuunnitelman mukaan vuosiluokilla 1–2 ”hyödynnetään vaihdannaisuutta kertolaskussa ja tutustutaan kertolaskun liitännäisyyteen”. (Opetushallitus, 2014, 129.) Ikäheimon ja Riskun (2004, 229) mukaan kertolaskun käsitettä voidaan pitää yhtenä solmukohtana alkuopetuksen matematiikan opetuksessa. Koska matematiikka on hierarkkinen oppiaine, eli uuden oppiminen perustuu edellisen asian hallintaan, tulee opettajan varmistaa, että tarvittavat taidot on omaksuttu ennen uuden asian opettelua (Ikäheimo, 2002, 48). Opetussuunnitelman mukaan vuosiluokilla 3–6 tulee varmistaa kertolaskun käsitteen ymmärtäminen, oppia kertotaulut 6–9, varmistaa kertotaulujen 1–10 osaaminen sekä harjoitella kertolaskualgoritmia ja varmistaa sen osaaminen (Opetushallitus, 2014, 235).

Jotta matematiikan käsitteitä voi käyttää sujuvasti, tulee niiden oppimiseen varata aluksi reilusti aikaa (Ikäheimo, 2002, 38). Opetusta suunniteltaessa on muistettava vahvistaa niitä taitoja, jotka toimivat myöhemmin opeteltavan sisällön pohjana (Kinnunen, 2003, 35). Esimerkiksi kertolaskuja harjoitellessaan oppilaan on ymmärrettävä luvun käsite sekä hallittava lukujonotaidot, jotka ovat edellytyksiä kertolaskujen käsitteen ymmärtämiselle ulkoa muistamisen sijaan. Kyky liikkua lukujonossa askelittain on olennainen taito kertotaulujen haltuun ottamisessa. Mitä sujuvammin oppilas kykenee mielessään liikkumaan lukujonoa pitkin eteen- ja taaksepäin, sitä nopeammin kertolaskujenkin tuottaminen mielessä onnistuu. (Kinnunen, 2003, 12–13.) Esimerkiksi laskun  $6 \cdot 4$  oppilas voi ajatella mielessään  $4 \dots 8 \dots 12 \dots 16 \dots 20 \dots 24$ . Myös Hannula ja Lepola (2006, 145) ovat havainneet lukujonotaitojen olevan voimakkaasti yhteydessä myöhempien aritmeettisten taitojen hallintaan.

Kinnusen (2003, 5) mukaan keskeistä koulumatematiikasta selviämisessä on ymmärrys lukujonosta lukumäärien jonona. Lukujonossa luvun paikka kertoo myös sen lukumäärän, ja oppilaan tulisikin ajatella, millä eri tavoin tietty lukumäärä voidaan koota. Myös kertolaskun tulo tulisi siis ajatella lukumääränä, joka muodostuu pienemmistä, keskenään samankokoisista luvuista (Kinnunen, 2003, 5).

Luvun käsitteen ymmärtämisen ja lukujonotaitojen lisäksi oppilaan tulee hallita yhteenlaskun käsite, sillä se on kertolaskun käsitteen ymmärtämisen perusta (Ikäheimo, Aalto & Puumalainen, 2004, 66). Riskun (2002, 127) mukaan oppilaat huomaavat usein itsekin tarpeen kertolaskulle, kun lasketaan tuskastuttavan pitkiä yhteenlaskuja. Esimerkiksi yhteenlaskun  $3 + 3 + 3 + 3 + 3$  voi laskea lyhyemmin  $5 \cdot 3$ . Myös Baroodyn (2004) mukaan ymmärrys yhteen- ja vähennyslaskusta on oleellinen asia koulumatematiikassa, sillä ne ovat pohjana monimutkaisempien taitojen kuten murtolukujen tai juuri kertolaskujen oppimiselle. Usein kertolaskun käsitteen opettaminen aloitetaan toistetun yhteenlaskun kautta (ks. esim. Koponen, 1995, 109). Muun muassa matematiikan Tuhattaituri-kirjasarja ohjaa muodostamaan ensin yhteenlaskun ja tämän jälkeen kertolaskun yhteenlaskun pohjalta (Kiviluoma, Nyrhinen, Perälä, Rokka, Salminen & Tapiainen, 2015).

Jos kertolaskujen opetteluissa käytetään vain ulkoa opettelu, voi lukujen käsittelytaito jäädä puutteelliseksi ja kertotaulujen oppimisessa voi ilmetä vaikeuksia (Kinnunen, 2003, 43). Vaikka suurin osa oppilaista oppii kertolaskut ulkoa melko nopeasti, saattaa kertolaskun käsite tästä huolimatta jäädä heille epäselväksi (Ikäheimo, 2002, 80). Tästä kertoo esimerkiksi se, jos oppilas ei ymmärrä laskujen  $6 \cdot 2$  ja  $2 \cdot 6$  eroa, vaikka tietää molempien vastauksen olevan 12. Magdas (2012, 13–14) erottaa kertotaulujen opetuksessa kaksi eri vaihetta: ensimmäinen vaihe on ymmärtää loogisesti kertolaskuista saatavat vastaukset sekä vastausten väliset yhteydet. Toinen vaihe on kertotaulujen ulkoa opettelu. Magdas myös esittää huolen siitä, että ensimmäinen vaihe jää opetuksessa liian vähälle huomiolle, minkä seurauksena oppilaan on vaikea muistaa kertolaskujen vastauksia, kun looginen päättely ei toimi apuna. (Magdas, 2012, 13–14.) Muun muassa Smithin ja Smithin (2006) tutkimus osoitti, että oppilaat, joiden kertotau-

lujen opetuksessa oli painotettu käsitteen ymmärtämistä, suoriutuivat sekä mekaanisissa kertolaskutehtävissä että sanallisissa, käsitteen ymmärtämistä mitaavissa kertolaskutehtävissä paremmin kuin oppilaat, joiden opetuksessa oltiin painotettu kertotaulujen ulkoa opettelua.

Kertolaskun käsitteen ymmärtäminen on tärkeää myös siksi, että kertolaskut ovat pohjana muille myöhemmin opittaville taidoille. Matemaattiset taidot koostuvat osataidoista, jotka rakentuvat hierarkkisesti aikaisempien taitojen ja tietojen varaan (Hannula & Lepola, 2006, 131). Uusien käsitteiden oppiminen vaatii tiettyjen aiempien tietojen ja taitojen hallintaa, ja niiden puuttuminen vaikeuttaa uuden asian oppimista, kun oppilas pyrkii muodostamaan uutta tietoa aiemmin oppimansa pohjalta (Ikäheimo, 2002, 14; Leino, 2004, 20). Erityisesti matematiikassa uuden asian ja käsitteen oppimiseen vaikuttavat oppilaan aiemmat tietorakenteet. Oppilaan tulee pystyä liittämään uusi opiskeltava käsite osaksi aiempaa käsitevarastoaan. (Risku, 2002, 118.)

Riskun (2002, 128) mukaan lapsen kokemusmaailmaa kannattaa käyttää hyödyksi kertotaulujen opettelussa. Sormet ja varpaat toimivat hyvin viiden ja kymmenen kertotaulujen opettelussa, kädet ja jalat kahden kertotaulussa. Kahden kertotaulun avulla puolestaan saadaan muodostettua neljän ja kahdeksan kertotaulut monikertoina, samoin kolmen kertotaulu auttaa kuuden ja yhdeksän kertotaulujen oppimisessa. Risku (2002, 128) painottaakin lukujen ominaisuuksiin sekä lukujen välisiin yhteyksiin paneutumista ennen kertotaulujen ulkoa opettelua. Näin opitaan kertolaskujen ratkaisustrategioita, eikä oikeaan tulokseen päätyminen vaadi aina ulkoa muistamista. Mabbotin ja Bisanzin (2003) tutkimuksessa oppilaiden käyttämiä ratkaisustrategioita ulkoa muistamisen lisäksi olivat muun muassa toistettu yhteenlasku, muiden kertolaskujen tuloksista johtaminen, lukujonoa pitkin askelittain laskeminen ja tietyissä tapauksissa (kuten yhdeksän kertotaulussa) sormilla laskeminen. Nämä ovat ratkaisustrategioita, joiden käyttöön voikin opettajana ohjata.



### 3.6 Kertolaskut ja liikunta

Luvussa 3.2 käsiteltiin konkretian ja toiminnallisuuden merkitystä käsitteenmuodostusprosessissa. Muun muassa Brunerin (1964) kognitiivisen kasvun teoria korostaa toiminnan ja konkretian merkitystä oppimisen lähtökohtana. Bruner (1964) näkee oppimisen kolmivaiheisena ja esittää kolme tasoa, joita voidaan nimittää toiminnalliseksi, ikoniseksi ja symboliseksi tasoksi (ks. esim. Koponen, 1995, 176–177). Tasojen periaatteita voidaan hyvin hyödyntää kertolaskujen opettamisessa. Liikunnallisella kertolaskujen harjoittelulla voidaan tukea erityisesti niitä lapsia, jotka ovat vielä ajattelussaan Brunerin ensimmäisellä, toiminnallisuutta ja konkretiaa vaativalla tasolla. Esimerkki toiminnallisesta esitystavasta voisi olla kertolaskua harjoitellessa tietynkokoisten ryhmien luominen: oppilaiden muodostaessa joko kolme kahden hengen ryhmää tai kaksi kolmen hengen ryhmää laskutoimitukset  $3 \cdot 2$  ja  $2 \cdot 3$  hahmotetaan toiminnallisesti ja kehollisesti. Myös Riskun (2002, 127) mukaan ennen kertolaskun merkinnän käyttöönottoa (vrt. Brunerin symbolinen taso) tulee työskennellä konkretiaa apuna käyttäen. Esimerkiksi ohje ”hae kaksi kertaa viisi hernepusia” on konkreettinen ja toiminnallinen tehtävä, jota myöhemmin kuvataan laskulla  $2 \cdot 5$ . Kertojaa ja kerrottavaa vaihtamalla saadaan esitettyä kertolaskun vaihdannaisuutta sekä laskujen  $5 \cdot 2$  ja  $2 \cdot 5$  eroa. Ohje ”hae viisi kertaa kaksi hernepusia” aiheuttaa enemmän hakukertoja eli liikettä kuin ohje ”hae kaksi kertaa viisi hernepusia”.

Lillin ja kumppaneiden (2010, 10) kuvaaman käsitteenmuodostusprosessin mukaan (ks. luku 3.2) oppilas oppii kertolaskut ensin konkreettisten strategioiden avulla, sitten mentaalisten strategioiden avulla ja lopulta kertolaskut automatisoituvat. Liian varhaisesta abstraktille symbolitasolle siirtymisestä saattaa johtaa käsitteiden puutteelliseen tai väärin oppimiseen (Ikäheimo & Risku, 2004, 21). Liikunta voi tukea oppilasta erityisesti käsitteenmuodostusprosessin alkuvaiheessa. Tällöin liikunta ja kehon liike voivat auttaa ymmärtämään kertolaskun käsitettä paremmin. Pulli (2001) näkee liikunnan perusteltuna menetelmä matemaattisten käsitteiden opettelussa juuri siksi, että sen avulla lapsi saa konkreettisen ja mielekkään kokemuksen opeteltavasta käsitteestä. Liikunta voi

toimia myös apuna, kun kertotauluja ”drillataan”, eli toistetaan ja opetellaan ulkoa. Esimerkiksi liikunnalliset ja hauskat kertauspelit voivat motivoida oppilaita mekaanisessa harjoitteluvaiheessa. Liikunnallisten ja motivoivien harjoitusten avulla saadaan lisättyä myös toistoja, kun harjoitukset ovat oppilaita innostavia. Kun kertolaskujen opettelussa on siirrytty automatisoinnin tasolle, voivat myös liikunnan taidot olla harjoittelun kohteena. Tällöin liikunnallisessa matematiikassa on kyse liikunnan ja matematiikan integroinnista. Painopiste liikunnan ja matematiikan välillä voikin määräytyä esimerkiksi sen mukaan, missä käsitteenmuodostusprosessin vaiheessa kertotaulujen opettelussa ollaan.

Liikuntaa on hyödynnetty matematiikan opettamisessa monilla eri tavoilla. Esimerkiksi Donnellyn ja Lambournen (2011) PAAC-projektissa (*Physical Activity Across the Curriculum*) liikettä lisättiin matematiikan tunneille monin tavoin. Esimerkiksi kertolaskuihin liittyvässä harjoituksessa oppilaiden kiertäessä luokkaa ryhmänä voidaan kertolaskulla laskea yhteensä tehtyjen kierrosten määrä. Oppilaiden määrä toimii tällöin kertojana ja kierrettyjen kierrosten määrä kerrottavana. (Donnelly & Lambourne, 2011, 38.)

Peters, Geiger, Goos ja Dole (2012) raportoivat matematiikan ja liikuntatuntien integroinnista. Tarkoituksena oli parantaa oppilaiden laskutaitoa toiminnallisesti. Oppilaat esimerkiksi harjoittelivat peruslaskutoimituksia sekä negatiivisilla että positiivisilla luvuilla seisomalla konkreettisesti maahan asetetulla lukujonolla ja siirtymällä itse laskutoimituksen vaatimaan suuntaan lukujonolla. (Peters ym., 2012.) Kertolaskuja hahmotetaan usein lukujonoa pitkin siirtymällä, joten maahan asetettua lukujonoa voi hyvin hyödyntää kertolaskujen opettelussa.

Usein liike yhdistetään matematiikkaan lukumäärän käsitteeseen liittyen, jolloin tiettyä lukumäärää kohden tehdään vastaava määrä taputuksia, hyppyjä tai muuta liikettä (ks. esim. Pulli, 2002). Tällöin lapselle jää konkreettinen tuntemus lukumäärästä liikekokemuksen tai liikuntavälineen avulla (Pulli, 2001, 89). Myös useissa Reedin (2009) esittelemissä, matematiikkaa ja liikuntaa integroivissa harjoitteissa lukumäärään ja laskutoimituksiin liittyviin tehtäviin yhdistettiin jokin motorinen tehtävä, kuten hyppy tai pallon heitto. Liikkeen avulla saadaan myös kertolaskujen harjoitteluun toiminnallisuutta.

### 3.7 Yhteenveto teoreettisesta ongelma-analyysistä

Liikunnan hyödyntämiselle opetuksessa on esitetty useita perusteluita. Muun muassa Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014) vaatimukset toiminnallisten työtapojen käytöstä antavat hyvän perusteen toiminnallisuuden ja siten liikunnan hyödyntämiselle osana matematiikan opetusta. *Toiminnallisuus, kehollisuus ja liikkuminen* mainitaan osana työtapoja ja oppimiskäsitystä (Opetushallitus, 2014). Havainnollisuutta ja toiminnallisuutta sekä leikkiä ja pelillisyyttä korostetaan erityisesti alkuopetuksessa (Opetushallitus, 2014, 98), mutta näitä seikkoja ei tulisi unohtaa ylemmilläkään luokilla.

Matemaattisen käsitteenmuodostuksen tulee lähteä liikkeelle toiminnallisista ja konkreettisista opetusmenetelmistä. Tätä tukevat muun muassa Brunerin (1964) sekä Piaget'n (1988) teoriat oppimisesta. Piaget'n (1988) mukaan konkreettisten operaatioiden vaiheessa lapsi ei ajattele vielä abstraktilla tasolla vaan tarvitsee konkretiaa ja toimintaa oppimisen tukena, mikä pitääkin huomioida koko alakoulun ajan. Lisäksi tässä vaiheessa tulisi käyttää lapsen omaan kokeemukseen perustuvaa toimintaa matematiikan opetuksen lähtökohtana (Ikäheimo, 2002, 9). Myös liikkuminen tukee näitä teorioita.

Useiden oppimista ja matemaattista käsitteenmuodostusta käsittelevien teorioiden mukaan oppiminen tapahtuu ensin toiminnallisesti konkretian avulla ennen abstraktiin ajatteluun siirtymistä (ks. esim. Bruner, 1964; Lilli ym., 2010; Piaget, 1988). Liikunnalliset lähestymistavat tukevatkin juuri toiminnallisuutta sekä konkretiaa. Oppilas oppii matematiikkaa vaihteittain konkreettien ja mentaalien strategioiden kautta ennen automatisoituneeseen käsitteen hallintaan siirtymistä (Lilli ym., 2010, 10). Usein matematiikan opetuksessa käytetään paljon aikaa mekaanisten tehtävien laskemiseen, mutta varsinaiseen käsitteenmuodostukseen ei varata riittävästi aikaa (Ikäheimo, 2002, 38). Tällöin käsitteet jäävät liian abstrakteiksi tai ne ymmärretään väärin, eivätkä ne ole käyttökelpoisia. Kun oppilas ymmärtää matematiikan käsitteet kunnolla, hän pystyy hyödyntämään ja soveltamaan niitä jatkossakin johdonmukaisesti. Jotta matematiikan käsitteet ja opeteltavat asiat painuvat kunnolla mieleen, on opetuksessa syytä kiinnittää huomiota toiminnallisuuteen (Koponen, 1995, 176).

Kokonaisvaltainen ja moniaistinen oppiminen tapahtuu parhaiten konkreettisesti ja itse tekemällä, liikkumalla ja leikkimällä. Oppilaat on hyvä saada pois pulpetistaan ja irti pelkästään kuunteluun ja katseluun perustuvasta oppimisesta. (Paalasmaa, 2014, 76–77.) Moniaistinen oppiminen eli eri aistikanavien – muun muassa kinesteettisen aistikanavan eli liikkeen – hyödyntäminen opetuksessa voi edesauttaa oppimista (Ikäheimo & Risku, 2004, 225). Liikunta on perusteltu menetelmä matemaattisten käsitteiden opettelussa myös siksi, että sen avulla lapsi saa konkreettisen ja mielekkään kokemuksen opeteltavasta käsitteestä. Konkreettisuus on tärkeä apuväline ennen abstraktiin ajatteluun siirtymistä, ja mitä pienemmästä oppilaasta on kyse, sitä tärkeämpää on, että konkretia on nimenomaan käsin kosketeltavaa tai liikunnan ja koko kehon käytön mahdollistavaa (Pulli, 2001, 82–89).

Tutkimusten perusteella tiivistäen voidaan todeta liikunnalla olevan monia positiivisia vaikutuksia koulunkäyntiin ja siten myös oppimiseen (ks. esim. Ahonen ym., 2005; Blakemore, 2003; Jaakkola ym., 2009; Kantomaa ym., 2017; Syväoja ym., 2012). Fyysinen aktiivisuus tukee lapsen kognitiivista kasvua ja kehitystä monin tavoin, ja fyysisesti aktiiviset oppilaat menestyvät usein paremmin myös akateemisissa oppiaineissa (Jaakkola, 2013; Trost, 2007). Liikunnan välitön yhteys oppimiseen perustuu siihen, että liikunta vaikuttaa edullisesti aivojen toimintaan ja lisää aktiivisuutta aivokuorella erityisesti niillä aivoalueilla, joissa tiedollinen toiminta tapahtuu. Tiedolliset taidot kehittyvät yhdessä motoristen taitojen kanssa, sillä niiden ohjauksesta vastaavat samat aivoalueet. (Syväoja ym., 2012, 5.) Osa liikunnan positiivisista vaikutuksista koulumenestykseen on välillisiä, kuten liikunnan parissa opitut vuorovaikutustaidot, motoriset taidot, ryhmätyötaidot ja itseohjautuvuus, jotka ovat olennaisia oppilaan koulunkäynnin kannalta (Kantomaa ym., 2017; Syväoja ym., 2012). Kun hallitusohjelmaankin on kirjattu tavoite liikunnan lisäämisestä peruskouluissa vähintään tuntiin koulupäivän aikana (Hallitusohjelma, 2015), on esimerkiksi matematiikan oppituntien liikunnallistaminen hyvä keino tavoitteen saavuttamiseksi.

Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteiden (2014, 235) mukaan vuosiluokilla 3–6 tulee varmistaa kertolaskun käsitteen ymmärtäminen, oppia kerto- ja taulut 6–9, varmistaa kertotaulujen 1–10 osaaminen sekä harjoitella kertolas-

kualgoritmia ja varmistaa sen osaaminen. Erityisesti kertolaskun käsitteen ymmärtäminen on tärkeää myös siksi, että kertolaskut ovat pohjana muille myöhemmin opittaville taidoille. Magdas (2012, 13–14) painottaa, että opetuksessa tulee varmistaa oppilaiden ymmärtävän loogisesti kertolaskuista saatavat vastaukset sekä vastausten väliset yhteydet ennen kertotaulujen ulkoa opettelua. Myös Kinnusen (2003, 43) mukaan lukujen käsittelytaito saattaa jäädä puutteelliseksi ja kertotaulujen oppimisessa voi ilmetä vaikeuksia, jos kertolaskujen opettelussa käytetään vain ulkoa opettelua. Liikunta voidaan ottaa avuksi kertolaskujen opettamisessa käsitteenmuodostusprosessin eri vaiheissa. Oppilas oppii kertolaskut ensin konkreettisten strategioiden avulla, sitten mentaalisten strategioiden avulla ja lopulta kertolaskut automatisoituvat (Lilli ym., 2010, 10). Liikunta ja kehon liike voivat auttaa ymmärtämään kertolaskun käsitettä paremmin käsitteenmuodostusprosessin alkuvaiheessa. Liikunnalliset harjoitukset voivat motivoida oppilaita mekaanisessa harjoitteluvaiheessa, ja motivoivien harjoitusten avulla saadaan lisättyä myös harjoituskertoja ilman oppilaiden puutumista. Kertolaskujen automatisoituessa kertolaskujen lisäksi myös liikunnan taidot voivat olla harjoittelun kohteena. Liikkumisen avulla saadaan kertolaskujen harjoitteluun toiminnallisuutta, vaihtelua ja oppilaiden motivointia.

## 4 Empiirinen ongelma-analyysi

Tässä luvussa käsitellään kehittämistutkimuksen empiiristä ongelma-analyysiä, jolla kartoitetaan luokanopettajien ajatuksia liikunnallisesta matematiikasta ja selvitetään, millaista materiaalia sen tueksi kaivataan. Empiirinen ongelma-analyysi täydentää teoreettisen ongelma-analyysin pohjalta esiin tulleita kehittämistarpeita (Aksela & Pernaa, 2013, 186). Luvussa 4.1 esitellään kehittämistutkimukseen osallistuneet opettajat, jotka olivat mukaan empiirisessä ongelma-analyysissä. Luvussa 4.2 analysoidaan opettajien alkukartoituskyselyn vastauksia ja luvussa 4.3 kootaan sekä teoreettisesta että empiirisestä ongelma-analyysistä selvinneet seikat yhteen.

### 4.1 Kehittämistutkimukseen osallistuneet opettajat

Kehittämistutkimus eroaa perinteisistä tutkimuksen lähestymistavoista siten, etteivät tutkimukseen osallistuvat henkilöt ole tutkimuksen kohteita, vaan he vaikuttavat tuotoksen kehittämiseen (Edelson, 2002). Kanasen (2012, 62) mukaan tutkimushenkilöiden valinnalla on kehittämistutkimuksessa sitouttava merkitys, sillä tutkimuksen tarkoituksena on vallitseviin asiantiloihin vaikuttaminen. Tässä kehittämistutkimuksessa pyrin tarjoamaan opettajille vaihtoehtoja ja innostavaa materiaalia kertolaskujen opettamiseen, ja etsinkin tutkimukseeni opettajia, jotka olivat kiinnostuneita liikunnan ja matematiikan yhdistämisestä.

Varsinaiseen kehittämistutkimukseeni osallistui kolme alakoulun kolmannen luokan luokanopettajaa luokkineen. Etsin tutkimukseeni liikunnallisesta matematiikasta innostuneita opettajia lähettämällä muutamille pääkaupunkiseudun koulujen rehtoreille sähköpostitse kutsun tutkimukseen (liite 1). Kaksi saman koulun kolmannen luokan opettajaa innostui nopeasti aiheesta, ja valitsin heidät mukaan tutkimukseen. Lisäksi kerroin tutkimuksestani sosiaalisen median palvelu Facebookissa pääosin opettajista koostuvissa ryhmissä *Alakoulun aarreaitta* sekä *Liikkuva koulu ja toiminnallinen opetus*. Kolmas mukaan valittu opettaja lähetti minulle sähköpostia ja toivoi pääsevänsä mukaan tutkimukseen huomattuaan julkaisuni Facebookissa. Kehittämistutkimukseen osallistuvat opettajat olivat innostuneita ja kiinnostuneita tutkimukseni aiheesta. He pitivät sitä tar-

keänä ja vaikuttivat sitoutuneilta tutkimukseen. Saatuaani opettajat mukaan tutkimukseen, sain myös suostumukset koulujen rehtorilta. Tämän jälkeen hain tutkimusluvan kaupungilta, jonka saatuaani kysyin vielä luokkien oppilaiden vanhempien suostumukset tutkimukseen osallistumiseen (liite 2).

Opettajat LO1 ja LO2 toimivat samanaikaisopettajina luokilleen. Oppilaita heidän luokissaan on yhteensä 48. LO1 on toiminut opettajana muutaman vuoden ajan ja LO2 noin 20 vuotta. LO2:lla on lisäksi erityistä osaamista matematiikassa aktiivisen kurssittautumisen ja oman kiinnostuksen vuoksi matematiikan oppimista kohtaan. Kummallakaan opettajalla ei ollut varsinaista kokemusta liikunnallisesta matematiikasta entuudestaan, mutta he olivat kiinnostuneita aiheesta. Molemmat opettajat ovat suosineet toiminnallisia työtapoja opetuksessaan. He hyödyntävät opetuksessaan myös avoimia oppimisympäristöjä sekä toisinaan kirjatonta opetusta. Tutkimukseen osallistunut opettaja LO3 on toiminut opettajana lähes 20 vuotta. Hänen luokassaan on 20 oppilasta. LO3:lla on myös liikunnanopettajan koulutus ja hän on aiemmin kouluttautunut myös lasten liikunnan ohjaajaksi. LO3 on käyttänyt liikunnallisia työtapoja opetuksessaan aiemminkin ja yhdistänyt liikuntaa myös matematiikkaan.

Tapasin opettajat ensimmäistä kertaa ennen varsinaisen tutkimusprosessin alkua. Tällöin opettajat kertoivat minulle ajatuksistaan liikunnallista matematiikkaa kohtaan ja toiveistaan tulevaa kertotaulujaksoa ja materiaalia ajatellen. Opettajat antoivat minulle melko vapaat kädet, mutta opettajat LO1 ja LO2 toivoivat erityisesti innostavia harjoituksia vaikeimpien kertotaulujen harjoitteluun. LO3 toivoi vinkkejä alas- ja ylöspäin eriyttämiseen sekä materiaalin monikäyttöisyyttä.

Koulussa 1 toimivat opettajina LO1 sekä LO2. Koulu 1 on melko suuri koulu pääkaupunkiseudulla. Opettajat LO1 ja LO2 toimivat samanaikaisopettajina luokilleen. Koulun oppimisympäristö on avoin, eikä koulussa ole esimerkiksi perinteisiä luokkahuoneita ollenkaan. Koulussa 1 pitämäni tuokiot olivat pääasiassa kuitenkin vain yhdelle luokalle kerrallaan, jolloin oppilaita oli harjoituksissa mukana noin 24. Nämä opetustuokiot pidettiin koulun monitoimisalissa, jossa on paljon tilaa liikkua, monenlaisia liikuntavälineitä ja esimerkiksi puolapuut. Yksi

opetustuokioista pidettiin molemmille luokille yhtä aikaa, jolloin oppilaita oli yhteensä 48. Tällöin jakauduimme kuitenkin osaksi ajasta kolmeen pisteeseen avoimessa oppimisympäristössä. Koulussa 1 pidin yhteensä seitsemän 45 minuutin mittaista opetustuokiota.

Koulussa 2 toimii opettajana LO3, jonka luokassa on 20 oppilasta. Koulu 2 on melko suuri koulu pääkaupunkiseudulla. Koulussa on runsaasti maahanmuuttajataustaisia oppilaita. Koulussa 2 pidin koko luokalle eli noin 20 oppilaalle neljä opetustuokiota, ja lisäksi pidin puolikkaalle luokalle neljä opetustuokiota, kaksi kummallekin ryhmälle. Tällöin ryhmässä oli noin 8–10 oppilasta kerrallaan. Koulussa 2 pidin siis yhteensä kahdeksan 45 minuutin mittaista opetustuokiota.

Tutkimukseen osallistuvien opettajien lisäksi tutkimukseni empiiriseen ongelmanalyysiin osallistui muita luokanopettajia varsinaisten tutkimushenkilöiden lisäksi alkukartoituskyselyn muodossa. Hyödynsin aineistonkeruussani sosiaalisen median palvelu Facebookia. Julkaisin Facebook-ryhmissä *Alakoulun aarreaitta* sekä *Liikkuva koulu ja toiminnallinen opetus* kyselyn, jossa kartoitin opettajien kiinnostusta ja toiveita liikunnallista matematiikkaa kohtaan (liite 3). Muotoilin kysymykseni avokysymyksiksi, jotta saisin aineistoa enemmän kuin esimerkiksi kyllä/ei-kysymyksistä. Kysymyksiini vastasi 18 luokanopettajaa ympäri Suomea. Suurin osa opettajista vastasi kysymyksiini lähettämällä vastaukset alkukartoituskyselyn yhteydessä antamaani sähköpostiosoitteeseen. Kysymykseni liittyivät opettajien suhtautumiseen liikunnallista matematiikkaa ja oppituntien liikunnallistamista kohtaan sekä toiveisiin opetusmateriaalia kohtaan. Opettajien vastaukset tähän alkukartoituskyselyyn täydensivät teoreettisen ongelmanalyysin pohjalta esiin nousseita tutkimustarpeita.

Jones ja Woolley (2015, 712) ovat huomioineet, että henkilökohtainen kontakti tutkittaviin saattaa tuottaa tuloksia paremmin kuin sähköposti, jota alkukartoituskyselyn tapauksessa käytin. Sain kuitenkin empiiriseen ongelmanalyysiin tarvittavat vastaukset opettajilta myös sähköpostitse, eikä henkilökohtainen kontakti opettajien kanssa tuntunut tässä tutkimuksen vaiheessa välttämättömältä. Markham (2011, 362) pohtii, mitä tutkijana tulisi tehdä, jos 500 ihmistä vastaa haastattelupyynnöksi kuvitellun kahdenkymmenen sijaan. Omalla kohdallani tätä



tilannetta ei kuitenkaan ollut, vaan otin aineistokseni kaikkien kysymyksiin vastanneiden opettajien vastaukset. Osa opettajista kommentoi vastauksiaan myös suoraan tekemäni Facebook-julkaisun kommenttikenttään. Verkkosisältöä ei välttämättä voi luokitella selkeästi julkiseksi tai yksityiseksi, mikä vaikuttaa tutkimuksen eettisiin käytänteisiin, kuten suostumuksen saantiin, luottamuksellisuuden suojeluun ja vahingon välttämiseen (Ryen, 2007, 222). Kyseiset opettajat vastasivat kuitenkin suostumuksellisesti ja innokkaasti kysymyksiini, ja tässä yhteydessä olikin selvää, että kommentit olivat käytössä empiirisessä ongelmanalyysissäni.

## 4.2 Opettajien vastaukset alkukartoituskyselyyn

Selvitin alkukartoituskyselyssä opettajien suhtautumista ja odotuksia liikunnallista matematiikkaa sekä oppituntien liikunnallistamista kohtaan. Lisäksi kartoitin opettajien konkreettisia toiveita tulevaan materiaaliin liittyen. Analysoin alkukartoituskyselyyn saamiani vastauksia sisällönanalyysin keinoin. Sisällönanalyysi tarjoaa välineitä luokitteluun ja alkuvaiheen analyysiin. Tulosten luokittelu on pikemminkin aineiston hallinnassa auttava vaihe kuin varsinaista analyysia. (Ruusuvuori, Nikander & Hyvärinen, 2010, 11–12; Salo, 2015, 170–171.) Tässä tutkielmassa sisällönanalyysi onkin yksi työkalu, joka auttaa varsinaisessa tutkimustehtävässä eli opetusmateriaalin laatimisessa. Vaikka luokittelun ei nähdä olevan varsinaista analyysia, liittyy se kuitenkin olennaisesti analyysin tekemiseen (Ruusuvuori ym., 2010, 11–12).

Tuomi ja Sarajärvi (2009, 95–100) jakavat aineiston analyysin kolmeen tyyppiin: aineistolähtöiseen, teorialähtöiseen ja näiden välimaastoon eli teoriaohjaavaan analyysiin. Erona näillä on teorian rooli analyysin tekemisessä. Kehittämistutkimuksessani on kyse pikemminkin aineistolähtöisestä kuin teorialähtöisestä sisällönanalyysistä. Kertolaskujen ja liikunnan yhdistämisestä ei ole juurikaan aikaisempaa teoriaa, joten puhdas teorialähtöinen analyysi on poissuljettu. Koska aineiston koko on kuitenkin rajallinen, ei aineistosta pysty tekemään yleistettäviä päätelmiä eikä pelkkä aineistolähtöisyyskään ole mahdollista. Myös Salon (2015, 172) mukaan puhdas aineistolähtöisyys on käytännössä mahdotonta,

sillä analyysia ohjaavat aina muun muassa tutkimuskysymykset sekä tutkijan esioletukset. Analysoinkin aineistoani teoriaohjaavan sisällönanalyysin keinoin. Siinä teorian rooli on nimenomaan ohjata analyysin etenemistä, mutta analyysi kuitenkin lähtee liikkeelle itse aineistosta eikä pohjaudu suoraan teoriaan (Tuomi & Sarajärvi, 2009, 96–97). Otinkin analyysia aloittaessani huomioon myös teoreettisesta ongelma-analyysistä selvinneet seikat muun muassa liikunnan mahdollisuuksista oppimisen tukena, ja tutkin, löytyikö opettajien vastauksista samansuuntaisia ajatuksia teoreettisen ongelma-analyysin kanssa.

Muotoiltuani saamani aineiston samanlaiseen tekstimuotoon, aloitin sisällönanalyysin. Tuomen ja Sarajärven (2009) mukaisesti valitsin ja merkitsin aineistostani tutkimuksen kannalta keskeiset asiat, ja muu aineisto jätettiin analysoimatta. Koodauksessa merkitsin aineistoon tutkimustehtävän kannalta olennaisia asioita ja näin pyrin selkeyttämään aineistoa ja pilkkomaan sitä helpommin tulkittavaksi. Koodaamalla sainkin selvitettyä, mitä tutkimusaiheeseen liittyvää aineistossa on, ja sain hyvän käsityksen aineistosta. (ks. Eskola & Suoranta, 1998, 154–159.) Jaottelin merkitsemäni koodit aluksi hyvin karkeasti kahteen ryhmään:

- 1) opettajien kokemukset liikunnallisen matematiikan hyödyistä sekä
- 2) opettajien toiveet materiaalia kohtaan.

Seuraavaksi keskityin yllä mainitsemaani ensimmäiseen ryhmään ja pelkistin opettajien kokemuksiksi merkitsemiäni alkuperäisilmauksia taulukoihin. Jaottelin opettajien kokemukset liikunnallisen matematiikan hyödyistä edelleen alaluokkiin. Alaluokat muodostuivat aineistolähtöisesti, mutta teoreettisessa ongelma-analyysissä esiin tulleet liikunnan hyödyt ohjasivat yläluokkien syntymistä. Alkuperäisilmausten pelkistämisestä ja luokkien muodostamisesta annetaan esimerkkejä taulukossa 1.

Taulukko 1. Esimerkkejä alkuperäisilmausten pelkistämisestä ja luokkien muodostamisesta.

Alkuperäisilmaus	Pelkistetty ilmaus	Alaluokka	Yläluokka
<i>Yleensä lapset ovat hyvin motivoituneita kaikenlaiseen toiminnalliseen tekemiseen jolloin myös motivaatio paranee.</i>	Toiminnallinen tekeminen lisää motivaatiota	Toiminnallisuus	<b>Motivaatio</b>
<i>Myös motivaatio lisääntyy, kun opetus on vaihteleva.</i>	Vaihteleva opetus lisää motivaatiota	Opetusmenetelmien vaihtelu	
<i>Olen huomannut, että pienikin liikunta tuolista ylös auttaa jaksamaan paremmin keskittymään.</i>	Liikunta auttaa keskittymään	Istumisen katkaiseminen	<b>Keskittyminen</b>
<i>Liikunnallinen matematiikka tuo opetukseen vaihtelevuutta, mikä taas edesauttaa sitä, että oppilaat jaksavat keskittyä ja työskennellä uutterammin tunneilla.</i>	Vaihtelevuus auttaa keskittymään ja työskentelemään	Oppilaiden jakaminen	
<i>Minun mielestäni liikunnallinen matematiikka auttaa oppilaita muistamaan ja ymmärtämään paremmin asioita. Se myös helpottaa niitä oppilaita, joilla on oppimisvaikeuksia.</i>	Liikunnallinen matematiikka auttaa ymmärtämään sekä tukee oppimisvaikeuksia	Liikunta oppimisen tukena	<b>Oppimistulokset</b>
<i>Kyllä liikunta voi olla yhtenä apuna, liike aivojen aktivoimiseksi.</i>	Liikunta auttaa oppimaan, kun liike aktivoi aivoja	Aivojen aktivoituminen	
<i>Konkreettisuus ja itse tekeminen auttavat ymmärtämään mitä laskuissa oikeasti tapahtuu eikä vain oppimaan mekaanista suorittamista.</i>	Konkreettisuus ja itse tekeminen auttavat ymmärtämään	Itse tekeminen	<b>Konkretia</b>
<i>Uskon, että siinä kehoollisuus ja liikunnallisuus voivat auttaa ymmärtämään paremmin kertolaskun ideaa.</i>	Kertolaskun idean ymmärtäminen kehoollisuuden ja liikunnallisuuden avulla	Kertolaskun käsitteen ymmärtäminen	

Taulukosta 1 nähdään esimerkkejä, miten olen luokitellut kokemukset liikunnallisen matematiikan hyödyistä neljään yläluokkaan, jotka ovat motivaatio, keskittyminen, oppimistulokset sekä konkretia. Nämä yläluokat tulivat esille myös teo-

reettisessä ongelma-analyysissä kartoittaessani, miksi liikuntaa on perusteltua hyödyntää koulussa ja matematiikan opetuksessa.

Toiseen ryhmään kuuluvat ilmaukset – opettajien toiveet materiaalia kohtaan – jaottelin edelleen kolmeen luokkaan: materiaalin käytettävyyteen liittyvät toiveet, materiaalin sisältöön liittyvät toiveet sekä matematiikan ja liikunnan suhteeseen liittyvät toiveet. Esimerkki materiaalin käytettävyyteen liittyvästä toiveesta on esimerkiksi toive siitä, että *”materiaalien tulisi olla säätä ja käyttöä kestäviä sekä helposti kuljetettavissa ja säilytettävissä”*. Materiaalin sisältöön liittyvä toive on *”pelit, jotka vaivihkaa opettaisivat”*. Matematiikan ja liikunnan suhteeseen liittyvä toive on puolestaan toive siitä, että *”pääpainon tulisi olla matemaattisissa taidoissa, eikä niin, että lapsi joutuu ponnistelemaan sekä matematiikan että liikunnan taidon kanssa yhtä aikaa”*. Taulukossa 2 on esitetty opettajien toiveita materiaaliin liittyen.

Taulukko 2. Opettajien toiveita materiaaliin liittyen.

**Materiaalin käytettävyys:**

- valmis vinkkipaketti
- säätä ja käyttöä kestävä
- helposti kuljetettavissa ja säilytettävissä
- edullinen tai ilmainen
- riittävän yksinkertainen
- vinkkivihkonen, jossa pelejä ja leikkejä
- valmis materiaali, jossa konkreettisia harjoituksia
- vinkkejä ja helposti sovellettavia ohjeita
- kielitietoinen materiaali
- konkreettiset ohjeet
- valmista apuvälineistöä

**Materiaalin sisältö:**

- lisävinkkejä eriyttämiseen
- toiminta, jonka voi muuntaa eri matematiikan tehtäviin
- liikunnallisuutta junnaavien laskujen harjoitteluun
- toiminnallisuutta pelien muodossa, jotka opettavat vaivihkaa
- pelejä ja leikkejä
- mielekkyyttä kertotaulujen ulkoa oppimiseen
- tehtäviä, joiden avulla oppii vahingossa
- vinkkejä toiminnallisempiin tehtäviin
- konkretiaa, jotta kertolaskun käsite ymmärretään

**Liikunnan ja matematiikan suhde:**

- pääpaino kertotauluissa
- harjoituksista apua myös liikunnallisten taitojen oppimiseen
- matematiikan tunnilla pääpaino matematiikassa, liikuntatunnilla liikunnassa, vaikka matematiikka onkin mukana
- pääpaino tulisi olla matemaattisissa taidoissa
- pääpaino ei selkeästi jaettu
- liikunnan ja matematiikan taidot ovat näiden harjoitteiden kohdalla yhtä tärkeitä
- matematiikan ja liikunnan yhdistyessä liikunnalliset osuudet helppoja

Taulukkoon 2 on koottu opettajien toiveita materiaalin käytettävyyteen, sisältöön sekä liikunnan ja matematiikan suhteeseen liittyen. Liikunnan ja matematiikan suhteesta materiaalissa opettajilla oli monenlaisia kommentteja ja tämä oli ainoa luokka, jossa opettajilla oli varsinaisia eriäviä mielipiteitä. Osa opettajista toivoi, että pääpaino olisi selkeästi matematiikan tunneilla matematiikan taidoissa ja liikuntatunneilla liikunnan taidoissa. Muutama opettaja painotti matematiikan taitoja enemmän kuin liikunnan taitoja, ja osa puolestaan piti liikunnan taitoja yhtä tärkeinä kuin matematiikankin. Jokaista toivetta ei pystynyt ottamaan materiaalissa huomioon, mutta taulukkoon 2 kootut seikat suuntasivat opetusmateriaalipaketin suunnittelua.

### 4.3 Yhteenveto ongelma-analyyseistä

Tähän alalukuun on koottu sekä teoreettisesta (luku 3) että ensimmäisestä empiirisestä (luku 4) ongelma-analyysistä selvinneitä tuloksia liikunnallisen matematiikan hyödyntämiseen liittyen. Opettajien vastaukset empiirisessä ongelma-analyysissä täydensivät teoreettista ongelma-analyysiä, mikä vahvisti esiin nousseita tutkimustarpeita liikunnan lisäämisestä matematiikan opetukseen. Ongelma-analyysien pohjalta aloin suunnitella ensimmäistä versiota opetusmateriaalista. Taulukkoon 3 on koottu ongelma-analyyseistä selvinneitä tuloksia. Sisällytin empiirisen ongelma-analyysin tuloksiksi ne ajatukset, jotka tulivat esiin vähintään kolmen eri opettajan vastauksissa.

Taulukko 3. Ongelma-analyysien tuloksia koottuna.

Tulos	Lähde	Esimerkki
<b>Liikunnallinen matemaattikka lisää oppilaiden motivaatiota</b>	Teoreettinen ja empiirinen ongelma-analyysi	<i>Matematiikan liikunnallistaminen ja toiminnallistaminen on oppilaita motivoivaa ja ainakin se tuo vaihtelua opiskeluun.</i>
<b>Liikunta voi parantaa oppimistuloksia</b>	Teoreettinen ongelma-analyysi (ja empiirinen ongelma-analyysi)	<i>Liikunnan lisäämisellä voidaan mahdollisesti vaikuttaa kognitiiviseen oppimiseen jopa suoraan, sillä motorinen ja kognitiivinen oppiminen perustuvat samoihin aivomekanismeihin.</i>
<b>Liikunnan avulla voi eriyttää oppilaita</b>	Empiirinen ongelma-analyysi	<i>Oppituntien liikunnallistaminen helpottaa eriyttämistä myös silloin, kun on tarkoitus opetella uusi asia.</i>
<b>Liikunta lisää oppilaiden keskittymistä</b>	Teoreettinen ja empiirinen ongelma-analyysi	<i>Koulupäivän liikunnallistamisella voidaan vähentää häiriökäyttäytymistä ja siten parantaa koulutehtäviin keskittymistä.</i>
<b>Liikunta tuo konkretiaa ja auttaa käsitteiden ymmärtämistä</b>	Teoreettinen ja empiirinen ongelma-analyysi	<i>Konkreettisuus ja itse tekeminen auttavat ymmärtämään mitä laskuissa oikeasti tapahtuu eikä vain oppimaan mekaanista suorittamista.</i>
<b>Liikunnalla on monia välillisiä hyötyjä koulunkäynnille</b>	Teoreettinen ongelma-analyysi	<i>Liikunnan välillinen yhteys oppimiseen liittyy liikunnan parissa opittuihin vuorovaikutustaitoihin, motorisiin taitoihin ja fyysiseen suorituskyykyyn.</i>

Taulukossa 3 kuvataan ongelma-analyysien tuloksia. Taulukon vasempaan sarakkeeseen on kuvattu ongelma-analyysin keskeiset tulokset. Keskimmäiseen sarakkeeseen on kirjattu, onko tulos peräisin teoreettisesta vai empiirisestä ongelma-analyysistä, vai molemmista. Oikeassa sarakkeessa on tulosta tukeva lainaus joko teoreettisesta ongelma-analyysistä tai opettajien kommenteista eli empiirisestä ongelma-analyysistä.

Keskeinen tulos ongelma-analyysien perusteella oli oppilaiden motivaation lisääntyminen liikunnallinen matematiikan myötä. Erityisesti empiirisessä ongelma-analyysissä oppilaiden motivoituminen tuli esiin lukuisia kertoja. Toisen tuloksen mukaan liikunta voi parantaa oppimistuloksia. Tämä tuli esiin erityisesti teoreettisessa ongelma-analyysissä, mutta myös empiirisessä ongelma-analyysissä opettajien kommenttien myötä. Empiirisessä ongelma-analyysissä opettajien kommentit liikunnan hyödyistä oppimistulosten parantajina perustuvat kuitenkin ennemminkin opettajien tietämykseen tutkimuksista, joiden mukaan liikunta parantaa oppimistuloksia – ei siis välttämättä omiin kokemuksiin. Kolmanneksi tulokseksi empiirisen ongelma-analyysin perusteella saatiin liikunnan mahdollisuudet oppilaiden eriyttämisessä. Neljänneksi sekä teoreettisen että empiirisen ongelma-analyysin perusteella liikunta lisää oppilaiden keskittymistä oppitunneilla. Samoin viides tulos, jonka mukaan liikunta tuo opetukseen konkretiaa ja auttaa käsitteiden ymmärtämisessä, saatiin sekä teoreettisen että empiirisen ongelma-analyysin perusteella. Teoreettisen ongelma-analyysin perusteella kuudenneksi selkeäksi tulokseksi nousi liikunnan monet välilliset hyödyt koulunkäynnille – ja siten myös oppimiselle. Näille ongelma-analyysien myötä esiin tulleille perusteille liikunnan hyödyntämiselle matematiikan opetuksessa halusin löytää tukea opetusmateriaalin sekä opetuskokeilun avulla. Opetusmateriaalin suunnittelua kuvataan seuraavassa pääluvussa 5.

## 5 Ensimmäinen kehittämisvaihe

Tässä luvussa kuvataan varsinaisen kehittämisprosessin alkamista, eli materiaalin ensimmäisen version suunnittelua ja tekemistä. Luvussa 5.1 kerrotaan materiaalin suunnitteluprosessin alkuvaiheista ja materiaalin harjoitusten kehittämisestä. Luvussa 5.2 kuvataan aiemmin määrittelemäni (ks. kuvio 1, luku 1.2) liikunnallisen matematiikan osa-alueiden pohjalta suunnittelemiani tapoja jaotella materiaali rakenteeltaan toimivaksi. Lisäksi luvussa esitellään materiaalin sisältämiä harjoitteita.

### 5.1 Opetusmateriaalin suunnittelu

Aloin suunnitella opetusmateriaalia kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen ongelma-analyysien ja erityisesti opettajien toiveiden pohjalta. Kolmannen luokan alussa oppilaiden tulisi hallita kertolaskun käsite konkretian avulla, kertotaulut 1–5 ja 10, kertolaskun vaihdannaisuus sekä mahdollisesti kertolaskun liitännäisyys (Opetushallitus, 2014, 129). Vastaavat tiedot tulivat esille myös tutkimukseen osallistuneilta opettajilta, kun keskustelimme materiaalin suunnittelusta. Opetussuunnitelman mukaan vuosiluokilla 3–6 tulee puolestaan varmistaa kertolaskun käsitteen ymmärtäminen, oppia kertotaulut 6–9, varmistaa kertotaulujen 1–10 osaaminen sekä harjoitella kertolaskualgoritmia ja varmistaa sen osaaminen (Opetushallitus, 2014, 235). Aloitinkin materiaalin suunnittelun kirjaamalla ylös tavoitteita, jotka pyritään saavuttamaan materiaalin avulla. Määrittelin materiaalille kolme tavoitetta: matematiikan tavoitteen, liikunnallistamisen tavoitteen sekä liikunnan tavoitteen.

Matematiikan tärkeimpänä tavoitteena on kertotaulujen oppiminen ja sujuva kertolaskutaito. Harjoitusten avulla pyritään lukujonotaitojen sekä kertolaskun käsitteen vahvistumiseen, kertotaulujen 1–10 osaamiseen, kertolaskujen automatisoitumiseen sekä erilaisten ratkaisustrategioiden omaksumiseen ja ongelmanratkaisutaitojen kehittymiseen. Liikunnallistamisen tavoitteessa liikkuminen nähdään tavoittelemisen arvoisena asiana itsessään. Keskeistä on oppilaiden aktivoiminen liikunnan avulla sekä oppilaiden kokonaisaktiivisuuden lisääminen ja istumisen keskeyttäminen. Liikunnan tavoitteella puolestaan tarkoitetaan liikun-



nan taitojen kehittymistä harjoitusten avulla. Harjoiteltavia liikunnan taitoja ovat motoriset perustaidot, kuten erilaiset liikkumis- ja välineenkäsittelytaidot.

Aloitin harjoitusten suunnittelun lukemalla ongelma-analyysien tuloksia ja erityisesti opettajien toiveita materiaalia kohtaan. Osa opettajista antoi alkukartoituskyselyn yhteydessä myös konkreettisia vinkkejä materiaaliin, joita hyödynsin suunnittelussani. Tutustuin myös erityisesti niihin Facebook-ryhmiin, joiden jäsenet vastasivat alkukartoituskyselyyni. Ryhmissä opettajat jakavat vinkkejä opetuksen suunnitteluun, ja sainkin muutamia hyviä peli-ideoita näistä ryhmistä. Lisäksi hain sosiaalisen median palvelu Pinterestistä ideoita liikunnalliseen matematiikkaan ja kertotaulujen harjoitteluun esimerkiksi hakusanoilla ”multiplication games”, ”kinesthetic math” sekä ”physical activities for math”.

Vinkkejä harjoitusten suunnittelua varten sain myös tutustumalla matematiikan opettajanoppaisiin. Sain Otavalta tutkielmani työstöä varten 1.–3.-luokkien Tuhattaituri-sarjan opettajanoppaat. Tuhattaituri-kirjasarja oli käytössä molemmissa kouluissa, joissa testasin materiaalia. Uusin Tuhattaituri-kirjasarjan painos on uusimman opetussuunnitelman (2014) mukainen, ja opettajanoppaissa olikin myös liikunnallisia harjoituksia kertotaulujakson yhteydessä. Sain näistä harjoituksista hyviä vinkkejä materiaaalipaketin kokoamiseen, mutta kaikki materiaalin harjoitukset ovat kuitenkin itse muotoilemani.

En päätenyt erottelemaan materiaalin harjoituksia koskemaan tiettyjä kertotauluja, vaan harjoituksista useimmat sopivat kaikkien kertotaulujen harjoitteluun. Näin tuttua harjoitusta voi käyttää yhä uudelleen uusia kertotauluja opetellessa. Ongelmanratkaisutaitoja kehittävien harjoitusten suunnittelu osoittautui haasteelliseksi, ja nämä harjoitukset jäivätkin vähäisiksi. Sen sijaan oppilaiden kokonaisaktiivisuus lisääntyy kaikissa harjoituksissa, mikä olikin keskeistä liikunnallistamisen tavoitteessa.

Tavoitteenani materiaalissa oli, että harjoitusten tekeminen olisi tehty opettajalle mahdollisimman selkeäksi ja helpoksi. Halusin, ettei materiaalini harjoituksissa tarvittaisi valtavasti välineitä tai välttämättä aina isoa tilaa. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa (2014) todetaan koulun toimintakulttuuriin kuulu-

van eri työtapojen ja oppimisympäristöjen hyödyntämisen sekä työskentelyn säännöllisen viemisen pois luokkahuoneesta (Opetushallitus, 2014, 27). Matematiikan tunteja voi liikunnallistaa luokkahuoneessakin, mutta matematiikan oppiminen voi olla yhä antoisampaa esimerkiksi ulkona tai liikuntasalissa. Koska koulun liikuntasalin käyttö on kuitenkin usein tarkasti rajattua, suunnittelin materiaaliini harjoitteita, joita voi tehdä liikuntasalin lisäksi niin luokkahuoneessa, ulkona kuin koulun käytävälläkin. Osassa harjoituksista iso tila kuitenkin helpottaa harjoitusten tekemistä. Tavoitteenani materiaalissa oli, että liikunta tulee mukaan myös itseisarvoksi niin, että kaikki harjoitukset aktivoivat oppilaita nousemaan ylös pulpetin äärestä istumasta. Koin myös tärkeäksi, että materiaaliini harjoituksissa on riittävästi harjoituksia, joiden avulla varmistetaan, että pohjaidot kertolaskujen hallitsemiseen ovat olemassa. Tarkoituksena oli löytää opetusmateriaaliin sopiva tasapaino kertolaskun käsitteen ymmärtämistä tukevien harjoitteiden sekä kertolaskujen automatisoitumista edesauttavien harjoitteiden välille.

## 5.2 Opetusmateriaalin ensimmäisen version sisältö ja rakenne

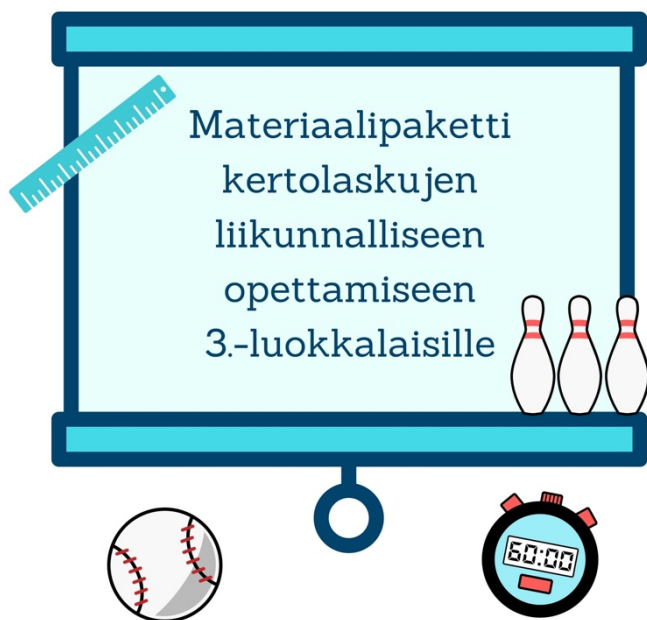
Suunniteltuani erilaisia harjoituksia materiaaliini, jaottelin harjoitukset aiemmin määrittelemäni liikunnallisen matematiikan osa-alueiden pohjalta (ks. kuva 1, luku 1.2). Määritelmäni mukaan *liikunnallinen matematiikka* käsittää liikunnan avulla matematiikan oppimisen, matematiikan oppituntien liikunnallistamisen sekä liikunnan integroinnin matematiikkaan. Suunnittelemani opetusmateriaalipaketti *Kertolaskuja liikunnallisesti* jakautuu kolmeen osaan edellä mainittujen liikunnallisen matematiikan osa-alueiden mukaan. Materiaalin liitteinä on kertolaskukortit kertotauluista 0–10, kertolaskukortteja vastaavat vastauskortit, numerokortit 1–10, kertotauluruudukko sekä valikoima erilaisia liikunnallisia tehtäväkortteja. Leikkasin ja laminoin nämä opetusmateriaalin liitteet tutkimukseen osallistuneille opettajille valmiiksi, jotta ne olivat opettajien helposti käytettävissä. Monet suunnittelemani harjoituksista pohjautuivat kertotaulu- ja vastauskorttien käyttöön. Kertotaulu- ja vastauskortit on toteutettu värillisillä fonteilla siten, että saman kertotaulun kertotaulukortit ja vastauskortit ovat samanvärisiä. Lisäksi esimerkiksi neljän ja kahdeksan kertotaulujen kortit ovat vihreäsävyisiä, viiden ja kymmenen kertotaulujen kortit sinisävyisiä ja kolmen ja kuuden kerto-

taulujen kortit punasävyisiä. Värien avulla tuodaan esille kertotaulujen välisiä yhteyksiä, mikä voi auttaa joitain oppilaita kertotaulujen hahmottamisessa. Värien avulla kortit on myös helppo pitää järjestyksessä.

Ensimmäinen versio materiaalista on pdf-tiedosto, jonka voi halutessaan tulostaa monistenipuksi. Materiaalipaketti koostuu kansilehdestä, ”Opettajalle”-johdannosta, sisällysluettelosta, jossa on jaoteltu suunnittelemani harjoitukset kolmen eri osion alle, sekä liitteistä. Suunnittelin materiaalin ulkoasun selkeäksi ja yhdenmukaiseksi, ja lisäsin tekstin sekaan muutamia kuvia lähinnä ulkoasun parantamiseksi. Kuviossa 5 esitetään materiaalipaketin kansilehti.



## KERTOLASKUJA LIIKUNNALLISESTI



Kuvio 5. Kertolaskuja liikunnallisesti -opetusmateriaalin kansilehti.

Opetusmateriaalin ensimmäinen osio on nimeltään *Opi liikkuen*. Osiossa on kyse liikunnan avulla matematiikan oppimisesta. Tässä osassa keskitytään käyttämään liikuntaa ja liikettä opetusmenetelmänä ja oppimisen tukena. Harjoituksissa pyritään saamaan koko kehon liikkeen tuomaa hyötyä oppimiselle. Ensimmäisen osion harjoitusten avulla vahvistetaan kertolaskun käsitettä ja opetellaan uusia kertotauluja liikunnallisesti. Näitä harjoituksia voi tehdä hyvin omassa luokassa, osana matematiikan tunteja, eivätkä ne siis vaadi esimerkiksi isoa tilaa.

Ensimmäisen osion harjoituksista yksi esimerkki on ”Kertolaskukeräys”, jonka tarkoituksena on havainnollistaa kertotaulun käsitettä liikkeen avulla konkreettisesti. Esimerkiksi luokan toiselle puolelle asetetaan kerättäviä esineitä, kuten palikoita. Opettaja voi keksiä keräykselle jonkin taustatarinan, vaikkapa kauppareissun. Opettaja antaa oppilaille tehtävän, kuten: ”Käy kaupassa hakemassa kolme omenaa ja tuo ne omalle pulpetillesi. Käy hakemassa kaupasta vielä uudestaan kolme omenaa”. Tämän jälkeen pohditaan, mikä lasku kauppareissusta saadaan aikaan. ”Kuinka monta kertaa kävit kaupassa?” (Kaksi kertaa.) ”Kuinka monta omenaa toit kerrallaan?” (Kolme.) ”Kuinka monta omenaa sinulla on yhteensä?” (Kuusi.) Muodostetaan kertolasku  $2 \cdot 3 = 6$ . Toistetaan kauppareissu eri tavoin. Esimerkiksi kertolaskujen  $2 \cdot 3$  ja  $3 \cdot 2$  eroa voidaan selventää harjoituksen avulla – kerättäessä vain kaksi omenaa kerrallaan kaupassa joutuu käymään useammin.

Toinen esimerkki ensimmäisen osion harjoituksesta, joka toimii pohjana kertolaskujen oppimiselle, on ”Lukujonoluettelu”. Tämän harjoituksen tarkoituksena on vahvistaa lukujonotaitoja. Lukujonotaidot ovat edellytys kertolaskun käsitteen ymmärtämiselle ja kertolaskujen oppimiselle. Harjoituksissa oppilaat seisovat rivissä tai piirissä ja muodostavat yhdessä lukujonon. Näin oppilaille jää konkreettinen ja kehollinen kokemus lukujonosta, mikä voi auttaa muun muassa asian muistamisessa ja mieleen palauttamisessa. Oppilaat luettelevat lukuja järjestyksessä (1, 2, 3, ...) ja takaperin (20, 19, 18, ...), myös lukujonon eri kohdista alkaen. Luvun sanoessaan oppilas menee kyykkyyyn tai esimerkiksi heittää pallon eteenpäin. Lisäaktivointia harjoitukseen tuo pallon tippuminen lattialle: tällöin kaikkien oppilaiden tulee mahdollisimman nopeasti käydä selällään lattialla ja

nousta ylös. Seuraava haaste harjoituksessa on lukujen luettelu askeleittain etu- ja takaperin, aluksi esimerkiksi kahden viiden ja kymmenen välein, lukujonon eri kohdista alkaen. Tätä harjoitusta voidaan käyttää kaikkien kertotaulujen yhteydessä (lukujen luettelu neljän välein, seitsemän välein jne.). Pallo voidaan heittää myös esimerkiksi kolmen kertotaulua harjoittellessa joka kolmannelle oppilaalle, jolloin nähdään selvästi pallon eteneminen lukujonoa pitkin kolmen välein.

Muita esimerkkejä ensimmäisen osion harjoituksista ovat muun muassa erilaisten ryhmien muodostaminen oppilaista, sanallisten laskujen muodostaminen liikunnallisesti ("Viisi oppilasta hyppää kukin neljä kertaa. Kuinka monta hyppyä oppilaat hyppivät yhteensä?"), kertolaskujen harjoittelu hyppyjen ja taputusten avulla ja niin edelleen. Matematiikan tavoitteet ovat ensimmäisessä osiossa etusijalla, mutta myös liikunnallistamisen tavoite on keskeinen läpi materiaalin.

Toinen osio, *Liikettä lisämausteeksi*, tarjoaa vinkkejä matematiikan oppituntien liikunnallistamiseen. Tämän osion harjoitukset ovat liikkuvan koulun ideologian mukaisia, ja liikunta tuo matematiikan harjoituksiin vaihtelua ja hauskuutta. Osio vastaa erityisesti liikunnallistamisen tavoitteeseen, matematiikan tavoitteita unohtamatta. Liikunnan taidot eivät ole varsinaisesti harjoittelun kohteena, vaikka ne toki voivat kehittyä, vaan liikkuminen ja oppilaiden aktivoituminen itsessään tuovat lisäarvoa harjoituksille. Keskeistä harjoituksissa on liikkeen lisääminen ja istumisen vähentäminen. Osion harjoitusten avulla harjoitellaan kertotauluja ja pyritään saavuttamaan sujuva kertolaskutaito. Pois pulpetin äärestä tehtävät harjoitteet voivat piristää oppilaita, jolloin oppiminenkin on tehokkaampaa. Taukoliikunta voi myös parantaa oppilaiden keskittymistä. Tässä osiossa on liikunnalla höystettyjä harjoituksia kertolaskujen harjoitteluun ja kertaamiseen.

Esimerkki toisen osion harjoituksesta on "Kertolaskubattle", joka on leikkimielinen ja innostava peli kertolaskujen harjoitteluun ja automatisointiin. Harjoituksessa oppilaille jaetaan yksi kertolaskukortti valitulta kertotaulualueelta (esim. kertotaulut 6–9). Loput kertolaskukortit ovat kasassa sovitussa paikassa tai esimerkiksi opettajalla. Pelin alkaessa oppilaat liikkuvat vapaasti tilassa pitäen omaa kertolaskukorttiaan piilossa muilta pelaajilta. Kahden oppilaan kohdatessa

oppilaat tekevät kertolaskubattlen, eli taistelun. Oppilaat näyttävät yhtä aikaa korttinsa toisilleen. Nopeammin vastapelaajan kertolaskun vastauksen sanonut voittaa battlen, ja hän saa parinsa kortin itselleen ja voi jatkaa peliä edeten uuden oppilaan luokse. Kortin menettänyt oppilas hakee uuden kortin kasasta, minkä jälkeen hän voi jälleen jatkaa peliä. Pelin tarkoituksena on kerätä mahdollisimman monta kertolaskukorttia itselleen. Peli loppuu, kun kaikki kortit ovat loppuneet kasasta, ja ovat siis oppilailla kädessä. Pelin voittaa oppilas, jolla on kädessään eniten kortteja. Pelissä oppilaat ovat poissa pulpettinsa äärestä, liikkuvat tilassa ja motivoituvat harjoittelemaan kertotauluja, sillä niiden nopeasta muistamisesta on pelissä hyötyä.

Muita oppitunteja liikunnallistavia harjoituksia ovat esimerkiksi ”Kertotaulukertaus”, jota tehdään liikuntavälineen avulla joko yksin, pareittain tai pienryhmissä, sekä ryhmänä tehtävä ”Kertolaskupomppu”. ”Kertotaulukertauksessa” harjoiteltavaa kertotaulua toistetaan ääneen (3, 6, 9, ...) esimerkiksi hyppynarulla hypittäessä, palloa heitellessä tai vaikka trampoliinilla pompittaessa. ”Kertolaskupomppu”-harjoituksessa oppilaille jaetaan vastauskortteja valitulta kertotaulualueelta. Oppilaat ovat kyykyssä piirissä. Opettaja alkaa sanoa nopealla tempolla oppilaiden vastauksia vastaavia kertolaskuja. Se oppilas, jonka vastauskortissa on opettajan sanoman kertolaskun vastaus, pomppaa paikallaan ylös ja palaa kyykkyyh. Vastauskortteja vaihdetaan pelin aikana. Harjoitukset toimivat hyvin esimerkiksi lyhyinä lisätehtävinä tai taukojumppina oppituntien lomassa.

Materiaalin kolmannessa osiossa integroidaan liikuntaa matematiikkaan ja lisäätään liikunnan määrää harjoituksissa. Tässä osiossa näkyy matematiikan tavoitteen lisäksi myös liikunnan tavoite, sillä harjoitusten tavoitteena on kehittää matematiikan taitojen lisäksi myös liikunnan taitoja. *Taitoja kartuttamaan* -osion harjoituksissa opitaan sekä matematiikkaa että liikuntaa kuin huomaamatta hauskojen pelien ja leikkien avulla, jotka vaativat hieman luokkahuonetta enemmän tilaa esimerkiksi koulun pihalta, käytävältä tai liikuntasalista. Näitä harjoituksia voikin hyvin tehdä liikuntatunneilla. Osion harjoitukset ovat vauhdikkaita, ja harjoituksilla pyritään kertolaskujen ulkoa oppimiseen. Kertolaskujen automatisoituessa harjoitusten tavoitteiksi voidaan ottaa esimerkiksi motorisia perustaitoja, kuten erilaisia liikkumistaitoja ja välineenkäsittelytaitoja.

Kolmannen osion harjoitukset ovat muun muassa monenlaisia viestejä, joiden suorittamista varten opettaja voi laatia esimerkiksi erilaisia liikkumis- ja tasapainotaitoja vaativia ratoja. Välineenkäsittelytaitoja voidaan harjoitella muun muassa ”Kertotaulukoppi”-harjoituksen avulla. Harjoituksessa valitaan kertotaulu tai kertotaulut, joita harjoitellaan. Yhdelle oppilaalle annetaan pallo, muut liikkuvat tilassa vapaasti. Pallon haltija sanoo ääneen jonkin kertolaskun ja heittää pallon sovitulla tavalla jollekin toiselle oppilaalle. Kiinniottajan tulee sanoa oikea vastaus pallon kiinni ottaessaan. Jos vastaus on oikea, hän jatkaa peliä keksimällä uuden kertolaskun ja heittämällä pallon eteenpäin. Jos pallo putoaa, tai vastaus on väärä, kaikkien tulee käydä selällään ja nousta takaisin ylös, minkä jälkeen peli jatkuu. Pelin on tarkoitus edetä ripeästi, eikä kysyjä saa jäädä miettimään liian pitkäksi aikaa, kenelle pallon heittää. Tarkoituksena on, että kaikki osallistujat saavat pelin aikana useita kosketuksia palloon.

Liikunnallisesti vauhdikas, hyvin esimerkiksi liikuntatunnin lämmittelyksi sopiva ja samalla kertotauluja kertaava harjoitus toimii kuten maa–meri–laiva. Liikuntasaliin merkitään kolme aluetta (esim. kolme viivaa lattiassa eri puolilla salia), joista yksi merkitsee vaikkapa 7:n kertotaulua, toinen 8:n ja kolmas 9:n. Peli alkaa. Opettaja sanoo yhden kertotaulun vastauksen (esim. 49) ja oppilaiden tulee juosta (tai liikkua sovitulla liikkumistavalla) sinne alueelle, jonka kertotauluun opettajan huutama vastaus kuuluu. Osa vastauksista voi kuulua kahteen alueeseen (esim. 56, 63) – tällöin on kaksi vaihtoehtoa, joihin liikkua. Oikealle alueelle päästyään opettaja voi vielä kysyä oppilailta, minkä laskun vastaus kyseinen luku oli.

Opetusmateriaalin ensimmäisessä versiossa oli 38 harjoitusta. Materiaalipaketissa oli yhteensä 28 sivua, sekä lisäksi liitteet. Harjoitusten ja liitteiden lisäksi kirjoitin materiaaliin ”Lisävinkkejä liikunnallistamiseen” saateteksteineen:

*”Oppilaiden tulisi välttää yhtäjaksoista istumista koulupäivän aikana. Koulupäivää saa liikunnallistettua ja istumista katkaistua varsinaisten aktiivisten harjoitteiden avulla myös pienillä teoilla. Useiden tutkimusten mukaan lyhyetkin liikuntasuoritukset oppituntien lomassa voivat parantaa oppilaiden keskittymistä ja näin lisätä lasten oppimisvalmiuksia ja tehdä opiskelusta sujuvampaa.”*

## 6 Toinen empiirinen ongelma-analyysi

Tässä luvussa käsitellään kehittämistuotoksen ensimmäisen version empiiristä arviointia, eli toteutettua toista empiiristä ongelma-analyysia. Suunniteltuani opetusmateriaalin, joka tukee kertolaskujen opettamista ja harjoittelua liikunnallisesti, menin pitämään oppitunteja kehittämistutkimuksessa mukana olleisiin luokkiin. Opetuskokeilun aikana sain opettajilta opetusmateriaalista sekä kirjallista että suullista palautetta. Luvussa 6.1 kerrotaan materiaalin testaamisesta. Opetuskokeilun päätyttyä haastattelin tutkimukseen osallistuneiden luokkien opettajia. Haastattelun avulla selvitin opettajien kokemuksia liikunnallisesta matematiikasta sekä opetusmateriaalin kehittämistarpeita. Analysoin opettajien antamaa palautetta opetusmateriaalista SWOT-analyysin avulla. Näin sain hahmotettua, millaista jatkokehitystä materiaali kaipaa. Kehittämistarpeita ja SWOT-analyysia käsitellään luvussa 6.2. Luvussa 6.3 avataan varsinaisia tuloksia, eli opettajien kokemuksia opetusmateriaalista ja liikunnallisesta matematiikasta.

### 6.1 Opetusmateriaalin testaaminen

Toisen empiirisen ongelma-analyysin aikana pidin opetusmateriaalini avulla kahdessa eri koulussa (ks. luku 4.1) liikunnallisen matematiikan oppitunteja. Pidin viiden viikon aikana yhteensä 15 kappaletta 45 minuutin mittaisia opetustuokioita keräten samalla luokanopettajilta palautetta materiaalin toimivuudesta. Molemmissa kouluissa opetin materiaalini pohjalta neljänä viikkona.

Ennen opetuskokeilua minulla oli karkea jaksosuunnitelma liikunnallisesta kertotaulujaksosta, jota kuitenkin muokkasin tarpeen mukaan melko runsaastikin kokeilun aikana. Koulussa 1 käsittelimme suunnitelman mukaan kaikkia kertotauluja 1–10, mutta koulussa 2 keskityimme kertotauluihin 1–6 sekä 10. Suunnitelin pitämäni opetustuokiot niin, että pääsin itse testaamaan ja näyttämään opettajille monipuolisesti suunnittelemani opetusmateriaalin harjoituksia. Jokaista materiaaliin suunnittelemaani harjoitusta en kuitenkaan ehtinyt testaamaan kouluissa. Osa harjoituksista osoittautui oppilaiden keskuudessa suosituiksi ja toi-



votuiksi, ja toistinkin näitä harjoituksia useassa opetustuokiassa. Osa harjoituksista muutti hieman muotoaan opetustuokioiden aikana, ja muokkasinkin näitä harjoituksia sekä opetuskokeilun aikana että myöhemmin materiaaliin jatkokehitysvaiheessa.

Koulussa 1 opettajat LO1 ja LO2 käsittelivät Tuhattaituri-kirjan kertotaulujaksoa samaan aikaan pitämieni opetustuokioiden kanssa, joten suunnittelin tunnit vastaamaan niitä kertotauluja, joita oppilaat kulloinkin olivat harjoittelemassa. Koulussa 2 kertotaulujaksossa ei vielä oltu edetty kirjan tehtäviin, vaan keskityimme kertolaskun käsitteen haltuun ottamiseen sekä tutuimpien kertotaulujen harjoitteluun.

Osa suunnittelemistani opetusmateriaalin harjoituksista on sellaisia, joita pystyy tekemään myös pienessä tilassa. Koulussa 1 hyödynsin kuitenkin kuutena kertana seitsemästä koulun tilavaa monitoimisaliala, sillä se oli käytettävissä näinä ajankohtina. Koulussa 2 tein harjoituksia koko luokalle koulun liikuntasalissa sekä koulun käytävällä, ja puolikkaiden, noin 8–10 oppilaan ryhmien kanssa työskentelin sekä omassa luokassa että koulun käytävällä. Koulussa 2 pääsin siis testaamaan erilaisia oppimisympäristöjä hieman enemmän kuin koulussa 1.

Määrittelen tekemäni opetuskokeilun eli materiaalin testaamisen aktivoivaksi osallistavaksi havainnoinniksi. Eskolan ja Suorannan (1998) mukaan havainnointi on yksi toimintatutkimuksen tärkeimmistä aineistonkeruumenetelmistä, ja Kananen (2012) puolestaan käsittelee toimintatutkimusta kehittämistutkimuksen muotona, minkä perusteella ajattelen havainnoinnin olevan olennainen osa myös kehittämistutkimusta. Vilka (2006, 42) käyttää aktivoivaa osallistavaa havainnointia toimintatutkimuksen synonyyminä, mutta se sopii mielestäni toiminta- ja kehittämistutkimusten yhteyksien vuoksi myös yhdeksi kehittämistutkimuksen menetelmäksi. Aktivoiva osallistuva havainnointi on laadullinen tutkimusmenetelmä, jossa aineisto kerätään havainnoinnin avulla ja havaintojen kautta tutkimuskohdetta pyritään ymmärtämään ja muuttamaan (Vilka, 2006, 46–48). Tässä tutkimuksessa havainnoin, miten kehittämäni opetusmateriaali toimii kertolaskujen opettamiseen kolmasluokkalaistalle. Havainnoinnin aikana olin itse aktiivisena toimijana opettajan roolissa, ja kokosin kunkin oppitunnin

jälkeen kenttämuistiinpanot materiaalin harjoitusten toimivuuteen liittyen. Opetusmateriaaliani testatessani kirjasin itselleni ylös, mitkä materiaalin harjoituksista toimivat hyvin ja missä oli vielä kehitettävää. Kehitin, testasin, arvioin ja päivitin materiaalini harjoituksia opetuskokeilun aikana. Kehittämistutkimuksen sykliseen etenemiseen kuuluukin juuri aktiivinen suunnittelun, kehittämisen, testaamisen ja arvioinnin kehä (ks. Aksela & Pernaa, 2013, 19). Opettajat seurasivat pitämäni opetusta, ja omia kenttämuistiinpanoja tukivatkin myös opettajien suulliset ja kirjalliset palautteet oppitunneista. Myös opettajat toimivat siis opetuksen havainnoijina.

Opetuskokeilun aikana keskeiset omat havaintoni materiaalin kehittämistarpeista liittyivät harjoitusten toimivuuteen ja oppilaiden innostamiseen. Osa materiaalin harjoituksista oli sellaisenaan toimivia ja mukaansatempaavia, osa taas vaati enemmän motivointia opettajalta. Opetuskokeilun aikana huomasin, että tutkimukseen osallistuneissa luokissa innostuttiin nimenomaan pelillisyydestä ja pienestä kisailusta. Esimerkiksi harjoitukseen, jossa toistettiin kertotauluja hyppyjen tahdissa, oppilaat saivat lisäintoa, kun samalla kisailtiin, kuka pääsee hypyillä käytävää pitkin pisimmälle. Lisäinkin näitä vinkkejä harjoitusten ohjeisiin jo opetuskokeilun aikana. Kisailu ei ole tehtävissä välttämätöntä, mutta joitain oppilaita se voi innostaa. Huomaamani kehittämistarve materiaalille oli myös se, että osa harjoituksista oli hieman liian vaikeita, jos opeteltava kertotaulu ei ollut vielä selvä suurimmalle osalle oppilaista. Tämän vuoksi lisäinkin joidenkin harjoitusten yhteyteen hyväksi havaitsemani vinkin pitää harjoiteltavan kertotaulun vastauskortit näkyvillä harjoittelun alkuvaiheessa. Oppilaat pystyivät tarvittaessa katsomaan apua vastauskorteista, jolloin peli tai harjoitus pystyi etenemään sujuvasti. Sitä mukaa kun sekä harjoitus että opeteltava kertotaulu tulevat tutummiksi, voidaan vastauskortit kääntää pois näkyviltä.

## **6.2 Kehittämistarpeet – SWOT-analyysi**

Tässä alaluvussa käsitellään nimenomaan opettajien esiintuomia kehittämistarpeita. Opettajat kommentoivat pitämiäni tunteja sekä suullisesti tuntien yhteydessä että kirjallisesti sähköpostitse ja paperilla. Opettajat kommentoivat toisen

empiirisen ongelma-analyysin aikana erityisesti pitämieni harjoitusten onnistumista sekä antoivat ehdotuksia harjoitusten toimivuuden parantamiseksi. Opetuskokeilun päätyttyä haastattelin vielä opettajia heidän kokemuksistaan materiaalista ja liikunnallisesta matematiikasta. Haastattelu toimii aineistonkeruun menetelmänä, kun on esimerkiksi tarpeen selventää tai syventää saatavia vastauksia tai tietoja (Hirsjärvi, Remes & Sajavaara, 1997, 195). Koin, että haastattelut olivat tarpeellisia, jotta saisin opettajilta vielä enemmän palautetta juuri materiaaliin liittyen jatkokehittämistä ajatellen. En pitänyt opetuskokeilun aikana havainnoimalla saatua palautetta vielä riittävänä, vaan kaipaasin palautetta opettajilta vielä enemmän. Haastateltavina olivat kaikki kolme tutkimukseen osallistunutta opettajaa. Kaksi opettajista toimi opettajina samassa koulussa, joten heidän haastattelunsa toteutettiin ryhmähaastatteluna. Kolmas opettaja haastateltiin yksilöhaastatteluna. Haastattelut toteutettiin teemahaastatteluna (teemahaastattelurunko liitteessä 4). Teemahaastattelussa haastattelun aihepiirit eli teema-alueet olivat etukäteen määriteltä, mutta kysymyksillä ei ollut tarkkaa muotoa tai järjestystä (ks. Eskola & Vastamäki, 2015, 29). Haastattellessani opettajia keskustelimme materiaalin kehittämistarpeista ja tällöin sain kehittämis ehdotuksia erityisesti materiaalin jäsentelyyn ja käyttökokemukseen liittyen.

Opettajien haastattelujen analyysi alkoi litteroinnilla. Haastattelujen painopiste oli nimenomaan vastausten sisällöissä, eikä siksi litteroinnissa käsitelty tarkasti esimerkiksi äänenpainoja tai täytesanoja. Ruusuvuoren (2010, 425) mukaan yksityiskohtainen litterointi ei olekaan välttämätöntä, jos haastattelussa painopiste on asiasisällöissä. Kokosin lopuksi kaikki opettajien palautteet sekä litteroidut haastattelut yhteen tiedostoon, jotta niitä oli helpompi käsitellä ja analysoida.

Aineistoa lähdin analysoimaan SWOT-analyysin avulla. SWOT-analyysi on 1960-luvulla Yhdysvalloissa kehitetty analyysimenetelmä ja strategiatyökalu. Lyhenne SWOT tulee sanoista strengths (vahvuudet), weaknesses (heikkoudet), opportunities (mahdollisuudet) ja threats (uhat). (Vuorinen, 2013.) Vuorisen (2013) mukaan SWOT-analyysia on käytetty erityisesti yritysmaailmassa, mutta SWOT-analyysin käyttö on laajentunut myös muun arvioinnin pariin.

SWOT-analyysissä vahvuuksilla tarkoitetaan arvioitavan asian vahvoja puolia, joita tulisi käyttää hyödyksi ja vahvistaa edelleen. Heikkouksilla tarkoitetaan heikkoja puolia, joita tulisi poistaa, lieventää tai välttää. Mahdollisuuksilla tarkoitetaan seikkoja, joiden hyödyntäminen tulisi varmistaa. Uhkia puolestaan tulisi pyrkiä poistamaan, lieventämään tai kääntämään mahdollisuudeksi. Vahvuudet ja heikkoudet ovat sisäisiä asioita ja mahdollisuudet ja uhat ovat ulkoiseen ympäristöön liittyviä seikkoja. (Vuorinen, 2013). Vahvuudet ja heikkoudet liittyvät tässä tapauksessa erityisesti materiaalin sisältöön, ja mahdollisuudet ja uhat liittyvät ympäristöön, kuten kouluun ja materiaalin käyttäjiin ja sitä kautta materiaalin avulla oppimiseen.

Lähdin analysoimaan yhteen tiedostoon keräämääni kirjallista aineistoa merkitsemällä aineistosta ilmaisuja, jotka kuvasivat joko positiivisesti tai negatiivisesti (tai kehittämistarkoituksessa) materiaalia. Merkitsin positiiviset kommentit omalla värillään ja negatiiviset omallaan. Pelkistin alkuperäiset merkitsemäni ilmaisut ja jaottelin ne pääluokkiin positiiviset ja negatiiviset. Tämän jälkeen jaottelin positiiviset ja negatiiviset ilmaisut alaluokkiin nelikentän mukaisesti (vahvuudet tai mahdollisuudet sekä heikkoudet tai uhat). Merkitsin kutakin SWOT-analyysin nelikentän osa-aluetta (vahvuudet, heikkoudet, mahdollisuudet, uhat) omalla värillään. SWOT-analyysin nelikenttään luokiteltuja opetusmateriaalin vahvuuksia, heikkouksia, mahdollisuuksia ja uhkia kuvataan taulukossa 4.

Taulukko 4. SWOT-analyysi opetusmateriaalista ja liikunnallisesta matematiikasta.

Vahvuudet (+)		Heikkoudet (-)	
S I S Ä I S E T	<ul style="list-style-type: none"><li>- useat harjoitukset ovat pidettyjä, hauskoja ja motivoivia</li><li>- harjoitusten jaottelu selkeä</li><li>- pelit motivoivat opettelemaan kertolaskut hyvin, sillä niiden osaamisesta on hyötyä</li><li>- liikunnan taitoja harjoitellaan kuin huomaamatta</li><li>- harjoitusten soveltaminen myös muihin matematiikan osa-alueisiin sekä soveltuminen myös alkuopetukseen</li><li>- liikunnalliset tehtäväkortit hyviä ja toimivia</li><li>- kertotaulu- ja vastauskortit hyvät ja käytännölliset, sopivat lapsen käteen, värikoodit toimivat</li><li>- motorikka ja koordinaatio kehittyvät harjoituksissa</li><li>- pidettyjä harjoituksia tehtiin vapaa-ajallakin</li><li>- osalla oppilaista välitunnilla liikkuminen lisääntyi harjoitusten myötä</li><li>- harjoitukset tuovat oppilaille positiivisia liikuntakokemuksia</li><li>- harjoitukset toimivat sekä matematiikan että liikunnan tunneilla</li><li>- materiaalin ulkoasu kaunis ja motivoiva</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>- liikunta voi häiritä matematiikan tehtävän ratkaisua hiekkomilla liikukujilla</li><li>- omaa edistymistä ei näe yhtä selkeästi kuin esimerkiksi kirjan tehtäviä tehdessä</li><li>- osa tehtävistä (liian) haastavia, jos kertolaskut eivät vielä automatisoituneet → oppilaiden turhautuminen</li><li>- osassa harjoituksissa toistoa tulee vain vähän per oppilas</li><li>- puute: jokaisen tehtävän tavoite sekä matematiikan että liikunnan osalta selkeämmin esille</li><li>- puute: suositeltu ryhmäkokoo</li><li>- puute: eriyttämistä kaikkiin tehtäviin ylös- ja alaspäin</li><li>- puute: tehtäväkortteja enemmän</li><li>- puute: valmiita tuntisuunnitelmia tai esimerkkituokioita</li><li>- puute: enemmän harjoituksia yhteen- ja kertolaskun yhteydestä</li><li>- puute: harjoitteita laskuperheistä</li><li>- puute: lisää harjoituksia, joissa hyödynnetään esim. palikoita</li></ul>
Mahdollisuudet (+)		Uhat (-)	
U L K O I S E T	<ul style="list-style-type: none"><li>- liikunnan avulla opittu jää paremmin mieleen</li><li>- tauotusta oppitunnilla istumiseen</li><li>- keskittyminen parantuu toiminnallisten tehtävien jälkeen</li><li>- mallin näkeminen muilta oppilailta → tukee myös lapsia, joilla heikko suomen kielen osaaminen</li><li>- ryhmähengen kasvattaminen, ryhmätyötaitojen lisääntyminen</li><li>- toiminnallisuuden käsitteen laajentuminen</li></ul>		<ul style="list-style-type: none"><li>- sopivien tilojen riittämättömyys ja tilanpuute</li><li>- ajanpuute</li><li>- harjoitusten valvonta haastavaa, jos oppilaat eri tiloissa</li><li>- osa oppilaista saattaa matkia muita pohtimatta itse</li><li>- osa oppilaista saattaa riehaantua liikunnallisissa harjoituksissa</li><li>- osassa harjoituksissa levottomuus voi lisääntyä, jos joutuu esimerkiksi odottamaan omaa vuoroaan</li></ul>

Taulukkoon 4 on koottu SWOT-analyysin tuloksia nelikentän mukaisesti. Vahvuudet-osion alle on luokiteltu kommentteja, jotka kuvaavat erityisesti materiaalin positiivisia ominaisuuksia. Heikkoudet-osion alle on luokiteltu materiaalin

heikkouksia sekä kehittämistarpeita. Mahdollisuudet-osion alle on luokiteltu muun muassa materiaalin positiivisia välillisiä vaikutuksia oppimiselle, ja uhat-osion alle erityisesti ympäristöön ja muihin ulkoisiin tekijöihin liittyviä negatiivisia seikkoja. Vahvuudet ja heikkoudet koskevat siis materiaalia itsessään, ja mahdollisuudet ja uhat materiaalin avulla oppimista. Seuraavassa alaluvussa avataan SWOT-analyysin tuloksia tarkemmin.

### **6.3 Opettajien kokemukset opetusmateriaalista ja liikunnallisesta matematiikasta**

Opetuskokeilun, opettajien antaman palautteen, opettajien haastattelujen sekä niistä tehdyn SWOT-analyysin pohjalta sain positiivisen kuvan materiaalin toimivuudesta. Pitämäni tunnit olivat onnistuneita ja oppilaat olivat odottaneet tunteja innolla. Tässä alaluvussa tuodaan esille opettajien kokemuksia sekä opetusmateriaalista että liikunnallisesta matematiikasta ylipäänsä ja sen sopivuudesta heidän luokillensa.

Opettajat kommentoivat opetusmateriaalipakettia ja liikunnallista matematiikkaa positiivisesti. Opetusmateriaalin harjoitukset olivat pääosin toimivia paitsi matematiikan oppimista niin myös liikunnan taitojen, kuten motoriikan ja koordinaation, kehittymistä ajatellen. Materiaalin liitteet olivat onnistuneita ja erityisesti kertotaulu- ja vastauskortit olivat käytännöllisiä. Myös liikunta työtapana oli ollut mieluinen useimmille oppilaille, ja opettajat olivat panneet merkille innostusta ja motivaatiota oppilaissaan. Motivaatio olikin myös yksi keskeisistä ongelmanalyyseistä esiin nousseista seikoista, joiden mukaan liikunnallinen matematiikka voi olla hyökyksi oppilaille. Kaiken kaikkiaan materiaalin vahvuuksia olivat opettajien mukaan muun muassa harjoitusten hauskuus ja motivointi kertolas-kujen opetteluun, positiivisten liikuntakokemusten aikaansaaminen, liikunnasta innostuminen, liikunnan taitojen harjoittelu kuin huomaamatta sekä harjoitusten sovellettavuus. Opettajat toivat esiin myös yksittäisiä harjoituksia, joista oppilaat olivat olleet erityisen innoissaan.

*LO3: Joo, kyl se meidän luokkaan kolahti hyvin et jopa noille jotka ei niin hirveesti liiku niin neki tykkäs siitä. Et just se ku juostiin sinne puolapuille hakeen niitä tehtäviä niin monelle näille vähän liikkuvalla oli jäänyt erityi-*

*sesti se mieleen. Sama ne pupuhypyt oli jäänyt tytöille ku menttiin sitä kertolaskua.*

Opettajat mainitsivat, että harjoitusten avulla onnistumisen kokemuksia liikunnassa saivat myös sellaiset oppilaat, jotka eivät välttämättä muuten niitä usein saa. Ryhmäharjoituksissa pidettiin hyvänä sitä, etteivät ne sulkeneet ketään ulkopuolelle, vaan esimerkiksi viestin tyyppisissä harjoituksissa tarvittiin sekä matemaattisia että liikunnallisia taitoja.

*LO2: Sit oli jännä huomata seki että semmonen vikkelläkinttuinen kaveri joka saattaa olla liikuntatunnilla tosi taitava ni ei ehkä osannu niitä kertotauluja niin hyvin, ja sillen se hitaampi, joka ei ehkä ole niin nopea juoksija, ei liikuntatunnilla välttämättä pääse niin hyvin loistamaan, mutta sitte hän oli todella hyödyllinen siinä pelissä siinä kohtaa, että tuli myös sit semmosia positiivisia liikuntakokemuksia niille jotka ei niitä muuten saa.*

Opettajat katsoivat kuitenkin tärkeiksi myös muut työtavat ja menetelmät liikunnallisen matematiikan ohella. Toiminnallisuutta pidettiin kaiken kaikkiaan kuitenkin positiivisena asiana, ja sitä kohti tulisi opettajien mukaan pyrkiä. Kaikki opettajat mainitsivat kuitenkin myös kirjatyöskentelyn olennaisena osana matematiikan tunteja ja pistivät merkille myös sen, että osa oppilaista todella pitää matematiikan kirjan kanssa työskentelystä. Koulun 1 opettajat LO1 ja LO2 eivät aikoneet kuitenkaan ottaa tulevalle lukukaudelle matematiikan kirjoja ollenkaan käyttöön. LO2 lisäsi, että liikuntaa voi käyttää apuna matikassa, mutta toiminnallisuuden ja kirjattomuuden pitää palvella kuitenkin nimenomaan matematiikan oppimista. LO3:n kokemusten mukaan kirjat ovat olennaisessa osassa matematiikan opetuksessa, mutta toiminnallisuutta tulisi lisätä.

*LO3: Mut että kyl mä näkisin et toiminnallista matikkaa ja liikkumista ja rakentelua pitäis olla ehkä vielä enemmän niinku koulussa, varsinki koska täällä on hirveesti lapsia joilla on aika pahoja hahmotushäiriöitä, niin sitte tekemisen kautta konkretisoituu paremmin tuolla liikuntasalissa ehkä kuin että sulla olis tuo kynä ja paperi -meininki tässä. – – Mut kyl tää meidän porukka mieluummin loikkis ja pomppis tuolla käytävässä eikä tekis kirjaa ollenkaan jos niiltä kysyttäis, mut kyl se kirja on edelleen se minkä kanssa kuitenkin joutuu tekee aika paljon hommia, edelleenkin.*

Opettajat kokivat materiaalin soveltuvan kaikenlaisille oppijoille. Liikunnalliset opetusmenetelmät eivät opettajien mielestä vaatineet oppilailta varsinaista kiin-

nostusta liikuntaa kohtaan, vaan myös vähän liikkuvat oppilaat saivat opettajien mukaan harjoituksista intoa liikkumaan. LO3 kertoi, että osa luokan oppilaista intoutui harjoittelemaan matematiikkaa liikunnan avulla jopa itsenäisesti ja omaehtoisesti esimerkiksi välituntisin. Liikunnallisuus ja liikunta opetusmenetelmänä tuli myös oppilaille tutummaksi.

*LO3: Jotku tytöt kysy et saako tennispalloo et ne haluu mennä tekee sitä kertolaskujuttuu. Mä et joo siitä vaan! Mut varmaan se ruokkii enemmän, et jos niillä ei ois kertolaskuu ni en mä tiedä sit hyppiskö ne jotain narua tuol pihalla tai jotain muuta ilman sitä matikkaa. – – Et ne ei niinku miellä sitä liikunnaksi, ja nääki kyseli et mennäänkö me liikuntasaliin tekemään kertolaskuja, mä sanoin et ei et mennään pihalle tai ollaan täs luokassa tai käytävällä tai tälleen, et se liikunnan käsite on nyt vähän näillä laajentunu niilläki, et me voidaan hyppiä ja pomppia täs luokassakin.*

Opettajat eivät haastattelussa tai palautteissaan kommentoineet materiaalia negatiiviseen sävyyn. SWOT-analyysin nelikentän heikkoudet-osion alle luokitelinkin lähinnä puutteita ja opettajien ehdotuksia, joita ei vielä materiaalissa ollut. Heikkoudet-osion kehittämistarpeet otettiin huomioon jatkokehittämisvaiheessa. Kehittämistarpeita olivat esimerkiksi tietyntyyppisten harjoitusten lisääminen materiaaliin sekä tavoitteiden selkeä esiin tuominen, suositeltavan ryhmäkoon mainitseminen sekä eriyttämisen jaottelu ylös- ja alaspäin eriyttämiseen.

*LO2: Joo ja siihen vaikka se ”kertolaskujen automatisointi” tai ”kertolaskun käsitteen ymmärtäminen” niin sit jo ope tietää mitä tässä haetaan. Joo se on todella hyvä. Toinen mitä tähän toivoo niin on se ryhmän koko, et kun mä otan tän näin niin mä nään et tehdäänkö tätä pareittain vai miten et seki helpottaa sitä et osaa valita oikean tehtävän.*

Materiaalin heikkoudeksi mainittiin myös liian haastavat harjoitukset joko matematiikan tai liikunnan harjoitteen osalta. Näitä harjoituksia pyrin parantamaan jatkokehittämisvaiheessa eriyttämisinkein.

Ongelma-analyysien perusteella liikunnalla on monia välillisiä hyötyjä oppimiselle (ks. luku 3). Samoin opetusmateriaalin mahdollisuuksiksi SWOT-analyysin nelikentässä luokiteltiin materiaalin välillisiä hyötyjä oppilaille ja oppimiselle. Näitä mahdollisuuksia olivat muun muassa keskittymisen lisääntyminen toimin-



nallisten harjoitusten myötä, ryhmätyötaitojen lisääntyminen sekä ryhmähengen parantuminen. Erityisesti LO3 totesi useaan otteeseen, että liikunta auttaa palauttamaan opitun asian mieleen. Kun opettajan pitämällä oppitunneilla käsiteltiin kertolaskuja muulla tavoin kuin liikunnallisesti, tuli hänen mukaansa osalla oppilaista mieleen liikunnalliset harjoitteet, minkä seurauksena opitut matematiikan asiat palautuivat mieleen. Lisäksi LO3 totesi liikunnallisten harjoitusten toimivan hyvin myös sellaisten oppilaiden kanssa, joilla on suomen kielen kanssa haasteita.

*LO3: Ja sit tietysti ku ne pystyy kattomaan mallia muilta et mitä muut tekee – – ni tos tavallaan näki sen, että nää jotka on heikompi suomen kielessä, niin ne ensin katto sielt selkeesti et mitä muut tekee, ja sen jälkeen ne lähti tekee sitä ite perässä. Et kyl siit niinku apuu oli myös siinä. – – Mä tein sitä noilla laskuhelmillä tolla dokumenttikameralla sitä ihan samaa, niin ilme paljasti et siellä yhdisty jotain, et se yhdisti sen sinne saaliin.*

Kaikki opettajat näkivät materiaalin harjoituksilla olevan positiivisia vaikutuksia yhteistyö- ja vuorovaikutustaitoihin. LO3 kertoi pienryhmien yhteishengen kasvaneen harjoitusten myötä, vaikka alun perin ryhmän jäsenet eivät olisi tulleet toimeen keskenään. LO1 puolestaan totesi, että ryhmäharjoituksissa myös ne yksilöt, jotka eivät ole niin vahvoja matematiikassa, saavat onnistumisen kokemuksia.

*LO1: Niin et vaikka välttämättä itellä ei ois se kaikista vahvin ala se matematiikka ja kertolaskut niin yhdessä tekemällä, ja vaikka tollasissa ryhmäjutuissa se on se yks lasku minkä sä lasket ja sit sun ryhmä kuitenkin laskee niitä laskuja yhdessä et se ei oo sitä, et nyt jos mä en osaa niin silti meidän joukkue voi onnistua ja siitä jää se onnistumisen kokemus vaikkei itse tietäiskään.*

Kaikki opettajat mainitsivat haastatteluissa jollain tavalla tilanpuutteen, jonka luokittelin materiaaliin liittyväksi uhaksi. Opettajat kokivat suurimmaksi haasteeksi materiaalin harjoitusten käytölle tilojen riittämättömyyden.

*LO1: Niin voi mut jos haluaa tehdä sisällä niin sit se tilan löytäminen on se mihin se tyssää ensimmäiseksi et ei niinkun, ei oo semmosta hyvää isoa tilaa. Mut voihan tätä silleen pienimuotoisesti tehdä luokan sisälläkin jos pistää vaikka pulpetit reunaan et miksei vaikka sillä tavallakin.*

Lisäksi uhiksi mainittiin ajan puute, eriyttämisestä seuraava harjoitusten hankala valvonta, sekä tilanteet joissa oppilas vain matkii muita ajattelematta tai keskittymättä itse tehtäviin.

*LO3: – – koko ryhmän kanssa se menee siihen et osa tekee ja osa ei ja osa siipelee vaan siellä ja keskittyy tekeen jotain ihan muuta.*

Kaikkiaan opettajien kokemukset liikunnallisen matematiikan jaksosta sekä materiaalista olivat positiivisia. Materiaali ja liikunnallinen matematiikka toivat luokkiin huomattavasti enemmän myönteisiä kuin kielteisiä vaikutuksia. Vaikka liikunnallinen matematiikka ole välttämättä kaikille se mieluisin työtap, toivat LO1, LO2 ja LO3 esille, että valtaosalle heidän luokkiensa oppilaista liikunnallisen matematiikan jakso oli todella mieluinen. Vaikka osaamisen kehittymistä ei tässä kehittämistutkimuksessa seurattukaan, liikunnallisen matematiikan jakso tämän tutkimuksen mukaan innosti ja motivoi oppilaita ja siten edesauttoi kertotaulujen opettelua ja oppimista. Toisessa empiirisessä ongelma-analyysissä esiin nousseet hyödyt ja mahdollisuudet liikunnalliseen matematiikkaan liittyen olivat samansuuntaisia teoreettisen sekä ensimmäisen empiirisen ongelma-analyysin perusteella selvinneiden tulosten kanssa.

Opetusmateriaalin jatkokehittämisvaihetta ja valmista kehittämistuotossa kuvataan seuraavassa pääluvussa 7.

## 7 Opetusmateriaalin jatkokehittäminen ja valmis kehittämistuotos

Tässä luvussa käsitellään opetusmateriaalin jatkokehittämistä sekä esitellään valmis kehittämistuotos. Luvussa 7.1 kuvaillaan toista kehittämisvaihetta, jossa materiaalia jatkokehitettiin toisessa empiirisessä ongelma-analyysissä esiin nousseiden kehittämistarpeiden pohjalta. Luvussa 7.2 kootaan yhteen kehittämistutkimuksen lopputulos eli opetusmateriaalipaketti kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen sekä kuvataan, millaista on hyvä ja onnistunut materiaali liikunnallisen matematiikan opettamiseen.

### 7.1 Toinen kehittämisvaihe

Opetusmateriaalin jatkokehittäminen alkoi toisen empiirisen ongelma-analyysin ja SWOT-analyysin myötä selvinneisiin kehittämistarpeisiin paneutumalla. SWOT-analyysissä selvinneitä materiaalin vahvuuksia pyrin vahvistamaan ja hyödyntämään edelleen. Heikkouksia puolestaan pyrin poistamaan, välttämään tai lieventämään. Lisäksi keskityin opettajien havaitsemiin puutteisiin ja huomioin opettajien toivomat parannusehdotukset. Materiaaliin itseensä liittyvät, sisäiset vahvuudet ja heikkoudet, oli helpompi huomioda materiaalin jatkokehittämisessä kuin ulkoisiksi luokiteltavat mahdollisuudet ja uhat. Mahdollisuuksia ja uhkia pyrin parhaani mukaan huomioimaan jatkokehittämisessä. Esimerkiksi tilan puutteeseen liittyvää uhkaa voidaan lieventää tuomalla paremmin esille niitä materiaaliin harjoitteita, joita voi tehdä pienessäkin tilassa. Keskeisimmät muutokset materiaalissa liittyivät tavoitteiden kirjaamiseen tehtävien yhteyteen sekä eriyttämiskinkkien lisäämiseen.

Tehtyjen muutosten avulla opetusmateriaalia pyrin kehittämään yhä paremmin vastaamaan sille asetettuja tavoitteita. Opetusmateriaalipaketti koostuu kolmesta osiosta sen mukaan, millainen liikunnan ja matematiikan suhde on harjoituksissa. Liikunnan rooli harjoituksissa on erilainen riippuen myös siitä, missä vaiheessa matemaattista käsitteenmuodostusprosessia kertolaskujen harjoittelussa ollaan. Osiot ovat nimeltään *Opi liikkuen*, *Liikettä lisämausteeksi* sekä *Taitoja kartuttamaan*, ja jatkokehitysvaiheessa pyrin tuomaan esiin kunkin osion pe-

rimmäistä ideaa vielä selkeämmin. *Opi liikkuen* -osiossa on kyse liikunnan avulla oppimisesta. Tällöin liikkuminen toimii oppimisen tukena. *Liikettä lisämausteeksi* -osiossa on kyse oppituntien liikunnallistamisesta ja tässä liikunnan rooli on innostava ja motivoiva. *Taitoja kartuttamaan* -osiossa liikunnan integroinnista matematiikkaan ja tavoitteena ovat matematiikan taitojen lisäksi myös liikunnan taidot.

Osa opettajien toiveista materiaalia kohtaan liittyi keskeisesti harjoitusten sanalliseen muotoon. Keskeinen opettajien toiveista seurannut muutos materiaaliin oli matematiikan ja kolmannessa osiossa myös liikunnan tavoitteiden kirjaaminen selkeästi jokaisen harjoitusten yhteyteen. Lisäsin harjoitusten yhteyteen myös ryhmän suosituskoon ja eriyttämiskäytännöjä sekä ylös- että alaspäin. Taulukosta 5 nähdään esimerkki erään materiaalin harjoituksen kehittämisestä opettajien toiveita vastaavaksi.

Taulukko 5. Esimerkki jatkokehitetystä opetusmateriaalin harjoituksesta.

<p><b>Kertolaskuliikkeet</b></p> <p><b>Tarvikkeet:</b> numerokortit, mahdolliset liikuntavälineet</p> <p>Oppilaat ovat pareittain. Kummallekin parista jaetaan numerokortit 1–10, jotka ovat sekaisin pakassa. Toinen parista valitsee jonkin liikkeen (esim. jokin hyppy, pallon pomputus, hyppynarulla hyppiminen...). Parit nostavat yhtä aikaa omasta numerokorttipakastaan kortin ja kertovat niiden luvut keskenään. Valittu liike tehdään niin monta kertaa, kuin lukujen tulo on. Tämän jälkeen toinen parista saa valita liikkeen, ja harjoitus toistetaan. Harjoitus sopii hyvin esimerkiksi lisätehtäväksi matematiikan tuntien lomassa.</p>
<p><b>Kertolaskuliikkeet</b></p> <p><b>Tavoitteet:</b> sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen</p> <p><b>Tarvikkeet:</b> numerokortit, mahdolliset liikuntavälineet</p> <p><b>Ryhmän koko:</b> 2 oppilasta</p> <p>Oppilaat ovat pareittain. Kummallekin parista jaetaan numerokortit 1–10, jotka ovat sekaisin pakassa. Toinen parista valitsee jonkin liikkeen (esim. jokin hyppy, pallon pomputus, hyppynarulla hyppiminen...). Parit nostavat yhtä aikaa omasta numerokorttipakastaan kortin ja kertovat niiden luvut keskenään. Valittu liike tehdään niin monta kertaa, kuin lukujen tulo on. Tämän jälkeen toinen parista saa valita liikkeen, ja harjoitus toistetaan. Harjoitus sopii hyvin esimerkiksi lisätehtäväksi matematiikan tuntien lomassa.</p> <p><b>Eriyttäminen ylöspäin:</b> Harjoitukseen voidaan lisätä kolmas numerokorttipakka, jolloin kertolaskut vaikeutuvat ja voidaan harjoitella kertolaskun liitännäisyyttä.</p> <p><b>Eriyttäminen alaspäin:</b> Numerokortit voidaan rajata esimerkiksi lukuihin 1–5.</p>

Taulukon 5 yläosassa nähdään materiaalin ensimmäisessä versiossa ollut harjoitus, jonka alapuolella esitellään opettajien toiveiden pohjalta kehitetty harjoitus. Kehitetyn harjoituksen yhteyteen olen lisännyt tiedon ryhmän koosta sekä harjoituksen tavoitteen. Harjoituksen kuvauksen perään olen lisännyt eriyttämisvinkkejä. Vastaavat muutokset tein lähes kaikkiin materiaalin harjoituksiin. Suurimpaan osaan materiaalin harjoituksista tein pieniä muutoksia, sillä opettajat antoivat melko yksityiskohtaisiakin kommentteja aina kirjoitusasusta lähtien. Poistin materiaalista kaksi harjoitusta, joita en kokenut opetuskokeiluni perusteella oleelliseksi, ja lisäsin yhden yhteenlaskun ja kertolaskun yhteyttä havainnollistavan harjoituksen ”Numerokaverit”. Muuten harjoitukset säilyivät samoina kuin ensimmäisessä versiossa. Osaan harjoituksista tein paljonkin muutoksia, ja jopa harjoitusten tavoitteet saattoivat hieman muuttua, mutta osa toimivimmista harjoituksista pysyi lähes ennallaan. Eniten jatkokehitysvaiheessa työtä vaati siis olemassa olevien harjoitusten hiominen, eikä uusien keksiminen tai suurten rakenteellisten muutosten tekeminen. Muutamien harjoitusten kohdalla pohdin, sopivatko harjoitukset paremmin *Liikettä lisämausteeksi* -osioon vai *Taitoja kartuttamaan* -osioon. Muutinkin muutaman harjoituksen paikkaa materiaalissa ja muokkasin tarvittaessa harjoitusten tavoitteita osion ideaan sopivimmiksi.

*Opi liikkuen* -osion alkuun lisäsin huomautuksen, että harjoituksia voi tehdä hyvin luokkahuoneessa matematiikan tunneilla. Toivon tämän madaltavan kynnystä toteuttaa harjoituksia pienessäkin tilassa. Tämän osion harjoituksiin en ollut aiemmin keksinyt eriyttämisvinkkejä, sillä ajattelin niiden olevan hankalia siinä vaiheessa, kun kertolaskun käsitettä vasta opetellaan. Opettajien toiveiden mukaan kuitenkin kehitin eriyttämisvinkkejä myös suureen osaan tämän osion harjoituksista, joista tulikin mielestäni onnistuneita. Eriyttämisvinkit liittyivät näissä tapauksissa usein esimerkiksi työskentelytapaan – ylöspäin eriytettäessä tehdään esimerkiksi parityöskentelyä, ja alaspäin eriytettäessä toimitaan opettajajohtoisesti. Muun muassa tehtävään ”Hyppiminen lukusuoralla” -harjoitukseen lisäsin eriyttämisvinkiksi ylöspäin parityöskentelyn, jossa oppilaat keksivät vuoron perään toisilleen kertolaskuja, jotka tulee hyppiä lukusuoraa pitkin, esimerkiksi  $5 \cdot 3 = 15$ . Tällöin oppilas hyppii viisi kolmen välin mittaista hyppyä lukusuoralla. Eriyttämisvinkiksi alaspäin lisäsin opettajajohtoisesti toimimisen lukusuoralla. Opettaja voi antaa tehtäväksi esimerkiksi ottaa neljä kolmen välin pi-

tuista hyppyä, jolloin oppilas päätyy lukuun 12. Todetaan, että neljä kertaa kolme väliä on yhteensä 12 väliä,  $4 \cdot 3 = 12$ . Lisäksi ensimmäisen osion harjoituksiin kirjasin tavoitteet yhä selkeämmin esiin. Tähän osioon en kirjannut ylös erikseen liikuntaan liittyviä tavoitteita, sillä matematiikan taidot ovat ensisijaisena harjoittelun kohteena.

Samoin *Liikettä lisämausteeksi* -osion harjoituksiin lisäsin harjoitusten tavoitteet eritellymmin. Olin aiemmin kirjannut osion alkuun yhteiseksi tavoitteeksi kaikille osion tehtäville kertolaskujen harjoittelun ja liikunnan lisäämisen oppitunneilla. Lisäsin kuitenkin opettajien toiveiden mukaan myös jokaiselle tehtävälle oman tavoitteensa. Esimerkiksi ”Kertolaskupomppu”-harjoituksessa tavoitteena on saavuttaa sujuva kertolaskutaito, mutta lisäsin tavoitteeksi myös nopean reagoinnin ja tarkan kuuntelun harjoittelun. Näin jo tavoitteesta selviää tehtävän luonne paremmin. Myös *Taitoja kartuttamaan* -osion keskeiset muutokset liittyivät tavoitteisiin. Suurin muutos ja eroavaisuus materiaalipaketin muihin osioihin nähden oli lisätä eritellyt tavoitteet matematiikan ja liikunnan osalta. Esimerkiksi ”Kertotaulukoppi”-harjoituksen matematiikan tavoitteeksi määrittelin sujuvan kertolaskutaidon saavuttamisen, kertolaskujen automatisoitumisen sekä nopean reagoinnin. Liikunnan tavoitteeksi määrittelin välineenkäsittelytaidot, tarkemmin pallon syöttämisen ja kiinniottamisen.

Useiden *Taitoja kartuttamaan* -osion tehtävien tavoitteet liikunnan osalta jäivät hieman avoimeksi, ja useaan tehtävään liikunnan tavoitteeksi kirjasin fyysisen aktiivisuuden kasvamisen ja motoristen taitojen kehittymisen valittavien tehtävien mukaan. Tämä johtuu siitä, että tehtävien avulla voi harjoitella monenlaisia liikunnan taitoja, esimerkiksi välineenkäsittelytaitoja (kuten koripallojakson aikana koripallon kuljetusta), monipuolisia ja hauskoja liikkumistaitoja tai vaikkapa lihaskuntoa. Harjoituksissa liikunnan osuuden voi valita sen mukaan, mikä tukee esimerkiksi sen hetkistä liikuntatuntia parhaiten.

Myös opetusmateriaalipaketin liitteisiin tein jonkin verran muutoksia. Konkreettinen ja käytännöllinen muutos piti tehdä kertotaulukortteihin, joissa esimerkiksi kortteissa olevat kertolaskut  $6 \cdot 6$  ja  $9 \cdot 9$  menivät luonnollisestikin sekaisin. Näihin kortteihin täytyi lisätä merkinnät, jotta arvailuilta välttyttäisiin. Kortit täytyi-

kin muokata muotoon  $6 \cdot 6$  ja  $9 \cdot 9$ , ja samat muutokset tein myös muihin kortteihin, joiden kohdalla väärinymmärrykset olisivat voineet olla mahdollisia. Lisäksi liitteenä olevia liikunnallisia tehtäväkortteja toivottiin lisää, ja näitä suunnittelinkin useampia. Uudeksi liitteeksi materiaaliin lisäsin myös esimerkkituntisuunnitelmia. Esimerkkituntisuunnitelmat on suunniteltu opetuskokeilun aikana pitämieni tuntien pohjalta.

Varsinaiseen opetusmateriaaliin tehtyjen muutosten lisäksi toisessa kehittämisvaiheessa julkaisin materiaalin myös sähköisesti. Loin blogipohjan, jonne lisäsin materiaalipaketin sekä kaikki materiaaliin liittyvät liitteet, kuten kertolaskukortit, vapaasti ladattavaksi. Opettajat kokivat, että sekä paperinen materiaalinippu että sähköisessä muodossa oleva materiaalipaketti palvelevat molemmat eri tilanteissa. Materiaali on saatavilla tämän pro gradu -tutkielman julkaisuhetkellä sähköisesti osoitteessa [www.liikunnallisesti.fi](http://www.liikunnallisesti.fi).

## 7.2 Valmis opetusmateriaalipaketti

Tässä pro gradu -tutkielmassa tutkimustehtävänä oli laatia käyttökelpoista ja innostavaa materiaalia kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen alakoulun kolmannella luokalla. Tarkoituksena oli luoda opetusmateriaalipaketti, joka tukee opettajia kertolaskujen opettamisessa liikunnallisesti. Valmis kehittämistuotos vastaa sekä teoreettisen että kahden empiirisen ongelma-analyysin myötä esiin tulleisiin tarpeisiin lisätä liikuntaa osaksi koulupäivää ja matematiikan tunteja. Lisäksi ongelma-analyysien mukaan kertolaskujen opettamisessa tulisi huomioida erityisesti kertolaskun käsitteen ymmärtäminen, mitä materiaalin konkreettiset harjoitukset tukevat. Materiaalin avulla pystytään tekemään myös kertolaskujen automatisoitumiseen vaadittavia toistoja innostavalla tavalla. Opetusmateriaalipaketissa onkin sopiva tasapaino kertolaskun käsitteen ymmärtämistä tukevien harjoitteiden sekä kertolaskujen automatisoitumista edesauttavien harjoitteiden välillä. Liikunnan rooli harjoituksissa vaihtelee erityisesti sen mukaan, missä vaiheessa matemaattisessa käsitteenmuodostusprosessissa ollaan. Liikunnan rooli voi olla konkretisoiva, innostava ja motivoiva tai liikunnan taidot voivat olla harjoittelun kohteena. Luvussa 5.1 esiin tuomani sisällöt ja ta-

voitteet toteutuvat opetusmateriaalipaketissa. Materiaalissa toteutuu niin matematiikan tavoite, liikunnallistamisen tavoite kuin liikunnan tavoitekin. Kuvioissa 6, 7 ja 8 esitellään Kertolaskuja liikunnallisesti -materiaalipaketin sisällysluettelon avulla kunkin materiaalipaketin osion harjoitukset.

<b>1. Opi liikkuen.....</b>	<b>2</b>
Lukujonoluettelu.....	2
Kasvava tuhatjalkainen .....	3
Hyppiminen lukusuoralla .....	3
Yhteenlaskusta kertolaskuun.....	4
Numerokaverit .....	4
Kertolaskukeräys .....	5
Kertoja ja kerrottava.....	6
Kertotauluhypyt.....	6
Kertotaulutaputukset .....	7
Kertolaskuryhmät .....	7
Kertotauluja kehonosiin.....	8
Sanalliset laskut liikunnallisesti .....	9
Yhdeksän kertotaulu kehollisesti.....	9
Tuplaus ja puolitus .....	10

Kuvio 6. *Opi liikkuen* -osion harjoitukset.

Kuviossa 6 näkyvissä *Opi liikkuen* -osion harjoituksissa keskeistä on kertolaskun käsitteen vahvistaminen sekä niiden taitojen harjoittelu, jotka toimivat pohjana kertolaskujen oppimiselle. Osiossa on yhteensä 14 harjoitusta, joissa liikunnan rooli on konkretisoiva ja oppimista tukeva. Harjoituksissa ollaan käsitteenmuodostusprosessissa konkretian tasolla.



<b>2. Liikettä lisämausteeksi .....</b>	<b>12</b>
Kertotaulukertaus .....	12
Kertolaskuportaati .....	13
Kertotaulut piirissä .....	13
Kertolaskuliikkeet .....	14
Kertolaskut seisten .....	14
Kertolaskupomppu .....	15
Mikä lasku olen? .....	16
Muistipeli .....	17
Ristinolla.....	17
Lukujonoläpsy .....	18
Vauhtia vastauksiin.....	19
Kertolaskujen etsintä .....	20
Tarkkuustulot .....	20
Kertolaskubattle .....	21
+ Kertotaulut esille .....	22
+ Lisävinkkejä liikunnallistamiseen.....	23

Kuvio 7. *Liikettä lisämausteeksi* -osion harjoitukset.

Kuviossa 7 näkyvissä *Liikettä lisämausteeksi* -osion harjoituksissa keskeistä on oppilaiden aktivoiminen liikunnan avulla, kokonaisaktiivisuuden lisääminen sekä istumisen keskeytyminen. Harjoitusten avulla saadaan lisää liikettä koulupäivään ja vaihtelua matematiikan tunneille. Osion harjoituksissa harjoitellaan kertotauluja ja pyritään saavuttamaan sujuva kertolaskutaito. Osiossa on yhteensä 14 harjoitusta, joiden avulla saadaan paljon toistoja kertolaskujen harjoitteluun. Harjoitusten avulla pyritään kertolaskujen automatisoitumiseen, mutta kaikki oppilaat eivät vielä välttämättä ole automatisoinnin tasolla käsitteenmuodostusprosessissa. Liikunnan rooli onkin harjoituksissa oppilaita innostava ja motivoiva, jotta kertolaskujen automatisoitumista varten vaadittavia toistoja jaksetaan tehdä. Harjoitusten lisäksi osiossa on kaksi vinkkiä opettajille, ”Kertotaulut esille” sekä ”Lisävinkkejä liikunnallistamiseen”. Nämä eivät ole varsinaisia harjoituksia, vaan ideoita opettajalle kertolaskujen esiintuomiseen sekä liikunnan lisäämiseen koulupäivän aikana.

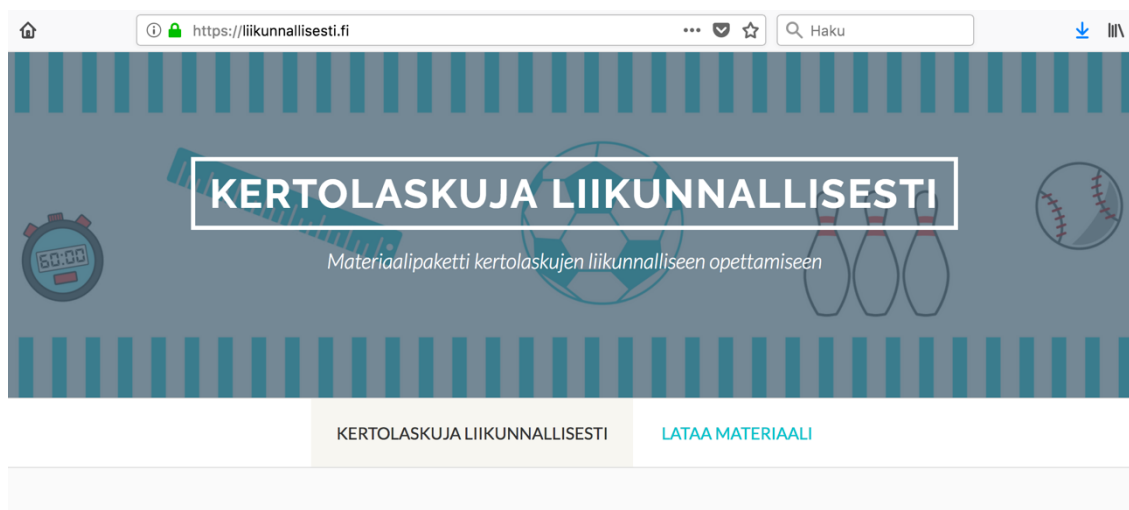
<b>3. Taitoja kartuttamaan .....</b>	<b>24</b>
Koodin selvitys .....	24
Oikean tulon etsintä .....	25
Kertolaskut vanteisiin .....	26
Kertolaskuhippa .....	27
Kertolaskuparit.....	27
Kertolaskupisteet .....	28
Kertotaulukoppi .....	29
Kertolaskuviesti.....	30
7 – 8 – 9.....	31

Kuvio 8. *Taitoja kartuttamaan* -osion harjoitukset.

Kuviossa 8 näkyvät *Taitoja kartuttamaan* -osion harjoitukset, joista monet osoittautuivat oppilaita erityisen paljon innostaviksi ja motivoiviksi niiden pelillisyyden ja vauhdikkuuden vuoksi. Osiossa on yhteensä 9 harjoitusta, joissa harjoitellaan kertolaskujen lisäksi myös liikunnan taitoja. Osion harjoituksissa onkin hyvä, jos kertolaskut ovat jo melko pitkälle automatisoituneita, jotta harjoituksissa voidaan keskittyä myös liikunnan taitojen harjaannuttamiseen. Harjoituksia voikin tehdä hyvin matematiikan tuntien lisäksi myös liikuntatunneilla.

Harjoitusten lisäksi materiaalipaketissa on liitteinä kertolasku- ja vastauskortit, numerokortit 1–10, kertotauluruudukko, valikoima liikunnallisia tehtäväkortteja sekä esimerkkituntisuunnitelmia. Valmiissa materiaalipaketissa (liite 5) on 32 sivua sekä liitteet.

Kertolaskuja liikunnallisesti -materiaalipaketti on ladattavissa myös sähköisesti osoitteessa [www.liikunnallisesti.fi](http://www.liikunnallisesti.fi). Internetsivu näkyy kuviossa 9.



Kuvio 9. Kertolaskuja liikunnallisesti -internetsivu.

Kuviossa 9 näkyy sivusto, josta materiaalipaketti on ladattavissa sellaisenaan tai ilman liitteitä. Myös liitteet on mahdollista ladata erikseen. Osan harjoituksista tekeminen vaatii tulostettuja kertotaulu- ja vastauskortteja tai numerokortteja. Paras käytettävyys korteilla on laminoituina, kuten opetuskokeilussa huomattiin. Liitteenä olevat liikunnalliset tehtäväkortit ovat hyödyllisiä monissa harjoituksissa, mutta niissä voi hyödyntää myös muita liikuntatehtäviä.

Teoreettisen ja empiiristen ongelma-analyysien perusteella tietyt ominaisuudet materiaalissa tukevat kertolaskujen opettamista liikunnallisesti. Hyvässä opetusmateriaalissa liikunta tukee matemaattista käsitteenmuodostusprosessia, tässä yhteydessä kertolaskun käsitteen ymmärtämistä ja lopulta kertolaskujen automatisoitumista. Harjoitusten avulla varmistetaan myös kertolaskun ymmärtämiseen tarvittavien pohjataitojen, kuten lukujonotaitojen, hallinta. Keskeinen hyöty liikunnallisen opetusmateriaalin käytölle opetuksessa on oppilaiden motivaation lisääntyminen. Motivoivassa materiaalissa harjoitukset onkin suunniteltu pelillisiksi ja innostavasti, ja ne kannustavat oppilaita opettelemaan kertolaskuja, sillä niiden nopeasta hallinnasta on hyötyä harjoituksissa. Lisäksi liikunnallisen materiaalin tarkoituksena on lisätä oppilaiden kokonaisaktiivisuutta ja keskeyttää istuminen.

Onnistuneessa materiaalissa harjoitukset ovat innostavia ja selkeitä, ja niiden tavoitteet on selkeästi määriteltä. Harjoitusten organisoinnin tulisi olla tehty

opettajille mahdollisimman helpoksi. Selkeästi jäsennelty materiaali on hyvä työkalu opettajalle, ja materiaalin tulisikin tukea opettamista eikä vaatia opettajalta liikaa työtä. Lisäksi on toivottavaa, että liikunnallisen materiaalin harjoitukset ovat eriytettävissä sekä sovellettavissa myös muihin matematiikan sisältöihin liittyen.

Tämän kehittämistutkimuksen perusteella liikunnallisen matematiikan materiaalista odotetaan tarpeeksi selkeää liikunnan osuutta harjoituksissa, jotta matematiikan osaaminen pääsee kehittymään vaivattomasti. Eduksi koetaan, että liikunnan taidot kehittyvät harjoitusten myötä kuin huomaamatta. Materiaalin harjoitusten toivotaan olevan sopivia sekä liikunnan että matematiikan tunneille, mutta kuitenkin niin, että pääpaino on matematiikan taitojen opettelussa.

## 8 Pohdinta

Tässä luvussa käsitellään koko kehittämistutkimusprosessia. Tämän kehittämistutkimuksen tarkoituksena on ollut tarkastella kertolaskujen opettamista liikunnallisesti. Olen tässä tutkimuksessa tuonut esiin, miksi ja miten liikunnan voisi ottaa osaksi kertolaskujen opetusta, ja laatinut materiaalia sen tueksi. Luvussa 8.1 arvioidaan tutkimusprosessia sekä pohditaan, mitä uutta tällä tutkimuksella ollaan saatu aikaan ja miten opetusmateriaali vastaa sille asetettuihin tavoitteisiin. Luvussa 8.2 käsitellään tutkimuksen luotettavuutta ja luvussa 8.3 pohditaan opetusmateriaalin mahdollisuuksia jatkossa.

### 8.1 Tutkimusprosessin arviointia

Kehittämäni liikunnallisen matematiikan opetusmateriaali tukee hyvin uuden opetussuunnitelman mukaista toiminnallisuutta, sekä auttaa saavuttamaan hallitusohjelmaankin kirjatun tavoitteen liikunnan lisäämisestä peruskouluissa. Koska lapset ja nuoret viettävät arkisin suuren osan päivästä koulussa, on nimenomaan kouluilla hyvät mahdollisuudet fyysisen aktiivisuuden lisäämiseen ja liikunnallisen toimintakulttuurin luomiseen (Hiltunen & Tursas, 2013; Jaakkola ym., 2013). Suomalaislapset eivät liiku liikuntasuosittelun mukaisesti (Tamminen, 2013, 68) ja hyödyntämällä liikunnallisia menetelmiä opetuksessa voidaan oppilaiden kokonaisaktiivisuutta lisätä huomattavasti. Lisäksi liikkuminen ja toiminnalliset työtavat lisäävät opetussuunnitelman mukaan oppimisen elämyksellisyyttä sekä vahvistavat motivaatiota (Opetushallitus, 2014, 30). Liikuntaa voi lisätä koulupäivään esimerkiksi integroimalla liikkumista opetukseen myös liikuntatuntien ulkopuolella (Syväoja ym., 2012), mikä suunnittelemani opetusmateriaalin avulla toteutuukin hyvin. Liikunnallisen matematiikan hyödyntäminen onkin hyvä keino oppilaiden kokonaisaktiivisuuden lisäämiseen.

Määrittelin tässä tutkimuksessa liikunnalliseen matematiikkaan kuuluvaksi *liikunnan avulla oppimisen, oppituntien liikunnallistamisen sekä liikunnan integroinnin matematiikkaan*, ja näihin käsitteisiin pohjautui suunnittelemani materiaalipaketti kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen. Liikunnan avulla oppimisesta on kyse, kun liikunta ja kehon liike voivat auttaa ymmärtämään kertolas-

kun käsitettä paremmin käsitteenmuodostusprosessin alkuvaiheessa. Oppitunteja liikunnallistettaessa liikunnalliset harjoitukset voivat motivoida oppilaita mekaanisessa harjoitteluvaiheessa, ja motivoivien harjoitusten avulla saadaan lisättyä myös harjoituskertoja ilman oppilaiden puutumista. Kertolaskujen automatisoituessa kertolaskujen lisäksi myös liikunnan taidot voivat olla harjoittelun kohteena, jolloin on kyse liikunnan integroinnista matematiikkaan. Liikkumisen avulla saadaan kertolaskujen harjoitteluun toiminnallisuutta, vaihtelua ja oppilaiden motivointia. Määrittelemäni käsitteet ohjasivat tutkimusprosessissa erityisesti materiaalin suunnittelua ja jäsentelyä, ja käsitteet toteutuivat materiaalin avulla myös käytännössä. Tekemäni määrittely osoittautui toimivaksi ja käsitteet tukivat hyvin materiaalin harjoitusten onnistumista.

Tekemäni kehittämistutkimuksen perusteella liikunnallinen matematiikka ja tarkemmin kertolaskujen opettaminen liikunnallisesti ovat toimivia menetelmiä alakoulun kolmannella luokalla. Tätä tukevat teoreettinen ongelma-analyysi, ensimmäinen empiirinen ongelma-analyysi sekä toinen empiirinen ongelma-analyysi, jonka aikana kehittämäni opetusmateriaalia testattiin kolmessa koululuokassa. Teoreettisessa ongelma-analyysissä selvisi liikunnan hyötyjä oppimiselle sekä kertolaskun opettamiseen liittyviä seikkoja, joita hyödynsin opetusmateriaalin suunnittelussa. Empiirisissä ongelma-analyyseissä selvisi opettajien toiveita ja kokemuksia materiaalista, joiden perusteella kehitin viimeistellyn version opetusmateriaalista.

Asetin suunnittelemalleni opetusmateriaalipaketille kolme tavoitetta: matematiikan tavoitteen, liikunnallistamisen tavoitteen sekä liikunnan tavoitteen. Matematiikan tavoitteena oli kertotaulujen oppiminen ja sujuva kertolaskutaito, liikunnallistamisen tavoitteena oppilaiden aktivoiminen liikunnan avulla, oppilaiden kokonaisaktiivisuuden lisääminen ja istumisen keskeyttäminen ja liikunnan tavoitteena erilaisten motoristen perustaitojen kehittyminen. Näistä tavoitteista erityisesti liikunnallistamisen tavoite saavutettiin materiaalin avulla erinomaisesti. Tämän kehittämistutkimuksen yhtenä tavoitteena olikin saada keinoja liikunnan lisäämiseksi koulupäivään. Opetuskokeilun perusteella oppilaiden kokonaisaktiivisuus kasvoi huomattavasti liikunnallisen matematiikan oppitunneilla. Opettajat mainitsivat opetuskokeilun onnistumisiksi muun muassa positiivisten liikunta-

kokemusten aikaansaamisen ja oppilaiden innostumisen liikunnasta. Myös asettamani liikunnan tavoite toteutui materiaalin avulla, ja opettajien mukaan liikunnan taitoja harjoiteltiin materiaalin harjoitusten avulla kuin huomaamatta. Opetusmateriaalin erityinen vahvuus on siinä, etteivät harjoitukset vaatineet oppilailta varsinaista kiinnostusta liikuntaa kohtaan, vaan myös vähän liikkuvat oppilaat saivat opettajien mukaan harjoituksista liikunnan iloa ja intoa. Myös se, että harjoitusten avulla onnistumisen kokemuksia liikunnassa saivat myös sellaiset oppilaat, jotka eivät välttämättä muuten niitä usein saa, on merkittävä ja tärkeä tulos tässä kehittämistutkimuksessa.

Myös matematiikan tavoite toteutui materiaalin avulla, mutta koska tässä tutkimuksessa ei mitattu oppimistuloksia, ei voida väittää oppilaiden saavuttaneen sujuvaa kertolaskutaitoa juuri tämän materiaalin avulla. Opettajien haastattelujen perusteella kuitenkin materiaalin harjoitukset tukivat hyvin kertolaskujen oppimista. Tässä pro gradu -tutkielmassa ei ollut myöskään kyse interventiotutkimuksesta, eikä tämän tutkimuksen perusteella voida sanoa, oppivatko oppilaat kehittämäni materiaalin tai liikunnallisen matematiikan avulla kertolaskuja paremmin kuin jollain muulla opetusmenetelmällä. Myös haastattelemini opettajien mukaan tarvitaan monipuolisia ja vaihtelevia opetusmenetelmiä. Liikunnan hyödyistä opetusmenetelmänä tarvitaan vielä lisää tutkimusta, mutta useiden tutkimusten perusteella voidaan todeta liikunnalla olevan monia positiivisia vaikutuksia koulunkäyntiin ja siten myös oppimiseen (ks. esim. Ahonen ym., 2005; Blakemore, 2003; Jaakkola ym., 2009; Kantomaa ym., 2017; Syväoja ym., 2012). Liikunnan hyödyntämistä opetuksessa puoltavat muun muassa sen konkreettisuus ja toiminnallisuus, joista on apua esimerkiksi matemaattisessa käsitteenmuodostuksessa (ks. Bruner, 1964; Haapasalo, 1991; Lilli ym., 2010; Piaget, 1988). Liikunnalla on myös monia välillisiä hyötyjä oppimisvalmiuksiin ja siten myös oppimistuloksiin (ks. Blakemore, 2003; Streat, 2010; Syväoja ym., 2012). Liikunnan välitön yhteys oppimiseen perustuu puolestaan siihen, että liikunta vaikuttaa edullisesti aivojen toimintaan (Conyers & Wilson, 2015; Syväoja ym., 2012, 5). Erityisesti empiirisissä ongelma-analyysseissä kävi ilmi oppilaiden motivoituminen liikunnallisen matematiikan avulla, mikä mahdollisesti edesauttaa myös oppimista. Myös opetuskokeilun sekä opettajien haastattelujen perusteella oppilaiden motivoituminen materiaalin avulla onnistui hyvin, mikä

vastasi ongelma-analyysien tuloksia siitä, että liikkuminen työtapana on oppilaita motivoiva.

Pieneksi haasteeksi tässä kehittämistutkimuksessa koin sen, etteivät tutkimukseen osallistuneet opettajat käyttäneet materiaalia pitämieni tuntien ulkopuolella niin paljon kuin etukäteen olin ajatellut ja toivonut. Luulen, että opettajat saivat kuitenkin tarpeeksi kokemusta materiaalista myös havainnoimalla minun pitämäni liikunnallisen matematiikan oppitunteja. Materiaalin testaaminen tapahtui myös melko lyhyellä aikavälillä, neljän viikon aikana. Tutkimusta olisi toki voinut pitkittää, ja materiaalia olisi voinut testata enemmän ja toteuttaa esimerkiksi alku- ja loppumittauksia. Tämä ei kuitenkaan ollut tämän kehittämistutkimuksen puitteissa mahdollista, sillä kertotaulujaksolle ja opetuskokeilulleni oli myös luokissa varattu tietty aika. Päädyinkin opetuskokeilun jälkeen vielä haastattelemaan opettajia, jotta saisin lisää aineistoa analyysiani varten. Analysoin opettajien kokemuksia liikunnallisesta matematiikasta ja opetusmateriaalista SWOT-analyysin avulla. SWOT-analyysissä esiin tulleita vahvuuksia ja mahdollisuuksia pyrin hyödyntämään ja vahvistamaan materiaalin jatkokehityksessä edelleen. Mahdolliset heikkoudet pyrin huomioimaan kehittämistarpeina. Vaikeinta oli vaikuttaa materiaaliin liittyviin uhkiin, sillä ne riippuivat materiaaliin nähden ulkoisista tekijöistä, kuten tilan- tai ajanpuutteesta.

Keskeinen etu suunnittelemassani opetusmateriaalissa on, että se on opettajien mukaan hyödynnettävissä myös muihin matematiikan sisältöihin liittyen kertolaskujen lisäksi. Harjoitukset ja muut ideat materiaalissa ovat muunneltavissa, mikä kävi ilmi sekä opetuskokeilun aikana että opettajien haastatteluissa. Materiaalin harjoituksia voi ottaa käyttöön myös esimerkiksi alkuopetuksessa, ja niiden avulla voi hyvin pohjustaa tulevaa kertolaskujen oppimista. Kertolaskut ovat hyvin keskeinen oppisisältö matematiikassa, ja materiaalin harjoituksia voidaan hyödyntää muulloinkin kuin kertolaskuja ensimmäistä kertaa harjoitellessa. Harjoitukset toimivat hyvin esimerkiksi kertaamiseen ja istumisen katkaisemiseen muulloinkin kuin varsinaisesti uutta opetellessa. Tarkoituksena oli löytää opetusmateriaaliin sopiva tasapaino kertolaskun käsitteen ymmärtämistä tukevien harjoitteiden sekä kertolaskujen automatisoitumista edesauttavien harjoitteiden välille. Opetuskokeilun perusteella oppilaat olivat erityisen innostuneita



ta muutamista pelillisistä harjoituksista, ja osa oppilaista halusi toistaa harjoituksia myös omaehtoisesti esimerkiksi välituntisin. Tämä kertoo oppilaiden motiivoinnin ja innostamisen onnistumisesta.

Täytyy kuitenkin tiedostaa, että vaikka tutkimukseen osallistuneiden opettajien kokemukset liikunnallisesta matematiikasta olivat hyvin positiivisia, eivät välttämättä kaikki opettajat näin kokisi. Kaikki eivät varmasti koe liikunnallisia työtapoja omakseen, eikä voida sanoa, että liikunnalliset menetelmät olisivat parempia kuin jotkin muut opetusmenetelmät. Myöskään kaikki oppilaat eivät luonnollistakaan liikunnasta samalla tavalla innostu, vaikka tähän tutkimukseen osallistuneiden luokkien oppilaat suhtautuivatkin pääosin hyvin positiivisesti liikunnallista matematiikkaa kohtaan.

Liikunnallinen oppiminen ja ylipäänsä liikunnan merkitys ja rooli kouluissa ovat aiheita, jotka olivat tämän tutkimusprosessin aikana paljon esillä muun muassa mediassa. Pidänkin tutkielmaa myös sen ajankohtaisuutensa vuoksi merkittävänä ja tärkeänä, ja kehittämistuotoksesta on konkreettista hyötyä kaikille siitä kiinnostuneille opettajille. Tällä kehittämistutkimuksella on onnistuttu vastaamaan haasteeseen oppilaiden kokonaisaktiivisuuden lisäämisestä sekä liikkumiseen innostamisesta. Siitä, millaista hyötyä liikunnasta on matematiikan ja kertotaulujen oppimiselle, tarvitaan vielä lisää tutkimusta. Tämänhetkisen tutkimustiedon ja tämän kehittämistutkimuksen perusteella vaikuttaa kuitenkin siltä, että liikunnalla on sekä välillisiä että välittömiä vaikutusmekanismeja oppimisen edistäjänä. Olenkin tämän tutkielman ongelma-analyyseissa kuvannut, millälaisia positiivisia vaikutuksia liikunnalla on matematiikan ja kertotaulujen oppimiselle. Lisäksi olen onnistunut luomaan toimivan ja konkreettisen välineen liikunnan hyödyntämiseen opetuksessa.

## 8.2 Tutkimuksen luotettavuus

Koen liikunnan lisäämisen koulupäivään erittäin tärkeäksi, ja tämän kehittämistutkimuksen aihe on ollut minulle läheinen. En ole kuitenkaan lähestynyt aihetta subjektiivisesti, vaan olen tämän tutkimuksen teoreettisessa ongelma-

analyysissä sekä empiirisissä ongelma-analyyseissä saanut useita tuloksia tukemaan ajatusta siitä, miksi liikuntaa olisi perusteltua hyödyntää matematiikan opetuksessa. Teoreettiseen ongelma-analyysiin löysin runsaasti lähteitä, joista myös useisiin on viitattu monissa eri yhteyksissä. Olen käyttänyt erityisesti tiedelehdissä julkaistuja artikkeleita ja tutkimuksia. Lähteiden etsintään olen käyttänyt yleisesti tunnettuja hakukoneita, kuten Google Scholaria sekä kasvatustieteellisen tutkimuksen hakukonetta EriCiä. Lisäksi olen hyödyntänyt Helsingin yliopiston kirjaston hakukonetta. Löysin paljon lähteitä myös samankaltaisia aiheita käsittelevien opinnäytetöiden lähdeluetteloista. Käyttämäni hakusanat liittyivät toiminnalliseen ja liikunnalliseen oppimiseen sekä liikuntaan ja fyysiseen aktiivisuuteen. Yhdistin näitä käsitteitä hakusanapareiksi yhdessä matematiikan oppimisen ja opettamisen sekä kertolaskujen kanssa.

Liikunnallista matematiikkaa koskevaa tutkimusta ei ole valtavasti, ja tätä tutkielmaa varten määrittelin liikunnallisen matematiikan omalla tavallani. Yläkäsitteen *liikunnallinen matematiikka* alle määrittelin kuuluvaksi *liikunnan avulla oppimisen, oppituntien liikunnallistamisen sekä liikunnan integroinnin matematiikkaan*. Tämä käsitteiden uudelleenmäärittely omaan tutkielmaani sopivaksi saattaa heikentää tutkielmani luotettavuutta tai ainakin sen vertailukelpoisuutta. Toisaalta näen yhdeksi työni ansioksi sen, että olen tarttunut vähemmän tutkituun aiheeseen ja koonnut siihen liittyviä perusteluja ja keinoja yhteen oman määrittelyni avulla.

Laadullisen tutkimuksen tuottamaa tietoa ei voida pitää täysin objektiivisena, sillä tutkimustuloksiin vaikuttavat tutkijan käsitykset tutkittavasta aiheesta (Tuomi & Sarajärvi, 2009, 20). Laadullisessa tutkimuksessa onkin oleellista myöntää, että tutkija on omassa tutkimuksessaan keskeinen tutkimusväline (Eskola & Suoranta, 1998, 210). Myös tässä kehittämistutkimuksessa oma panokseni opetusmateriaalin kehittämisessä on selvä. Samoin omat käsitykseni ja odotukseni liikunnallisesta matematiikasta ovat ohjanneet tutkimusprosessia. Näistä seikoista huolimatta tutkimuksen luotettavuutta on tarkasteltava objektiivisesti. Tuomi ja Sarajärvi (2002, 136–137) määrittelevät uskottavuuden, siirrettävyyden, luotettavuuden ja vahvistuvuuden laadullisen tutkimuksen luotettavuuskriteereiksi. Näitä kriteerejä voidaan tarkastella myös tämän kehittämistutkimuk-

sen yhteydessä. Uskottavuudella tarkoitetaan sitä, että tutkijan on kuvattava tutkittavaa tilannetta totuudenmukaisesti sekä tarkasteltava, vastaavatko omat tulkintansa tutkittavien tulkintoja tutkittavasta aiheesta (Eskola & Suoranta, 1998, 211). Olen uskottavuuden taatakseni haastatellut opettajia heidän antamansa kirjallisen palautteen lisäksi, sillä halusin syventää ymmärrystäni heidän kokemuksistaan ja mielipiteistään opetuskokeilustani. Uskon, että sekä minulle että haastattelemillani opettajille jäi samankaltainen kuva opetuskokeilusta ja sen onnistumisesta, ja olenkin näin ollen pystynyt kuvaamaan liikunnallisen matematiikan ja opetusmateriaalin vaikutuksia uskottavasti ja totuudenmukaisesti.

Luotettavuuskriteereistä siirrettävyydellä tarkoitetaan sitä, miten tutkimustulokset voidaan siirtää tai yleistää toiseen kontekstiin (Eskola & Suoranta, 1998, 211–212). Tässä kehittämistutkimuksessa siirrettävyys toteutuu siten, että kehittämäni opetusmateriaalia pystyy käyttämään kuka tahansa liikunnallisesta matematiikasta kiinnostunut opettaja. Materiaalin käyttö ei vaadi erityisiä tiloja tai oppimisympäristöjä, ja materiaalin harjoituksissa tarvittavat välineet ovat joko yleisesti kouluista löytyviä liikuntavälineitä tai materiaalipaketin liitteenä tulostettavissa olevia kortteja. Kaikissa luokissa materiaali ei välttämättä toimisi samalla tavalla kuin tähän tutkimukseen osallistuneissa luokissa, mutta mikään ei estä materiaalin käyttöä missä tahansa koululuokassa.

Tutkimuksen luotettavuudesta puhutaan myös varmuutena tai arvioitavuutena. Arvioitavuudella tarkoitetaan sitä, että lukija on mahdollista seurata tutkijan päättelyä sekä myös kritisoida sitä. (Tuomi & Sarajärvi, 2002, 136–137.) Arvioitavuutta olen pyrkinyt parantamaan tässä tutkimuksessa avaamalla tutkimuksen vaiheet ja omat valintani tutkimusprosessissa selkeästi ja ymmärrettävästi. Myös Kanasen (2012, 166) mukaan luotettavan kehittämistutkimuksen edellytyksenä on yksityiskohtainen dokumentaatio, josta ilmenee mitä, miksi ja miten on tehty. Samoin Edelson (2002, 116–117) korostaa systemaattisen dokumentoinnin merkitystä kehittämistutkimuksessa. Kun tutkimuksen vaiheet avataan lukijalle selvästi, tutkimuksen luotettavuus paranee (Edelson, 2002, 117). Tutkimuksen luotettavuuden kannalta paitsi onnistumiset niin myös epäonnistumiset on tärkeää tuoda esille, sekä tutkimuksen toteutuksessa että tuloksissa

(Collins ym., 2004, 39). Olen tutkimusta tehdessäni kirjannut ylös tutkimukseni vaiheet tarkasti sekä raportoinut tutkimuksen vaiheista selkeästi.

Vahvistuvuuden kriteeri luotettavuustarkastelussa toteutuu, kun tutkimustuloksiin saadaan tukea toisista tutkimuksista, joissa on tutkittu vastaavaa ilmiötä (Eskola & Suoranta, 1998, 212). Juuri kertolaskujen opettamista liikunnallisesti ei ole tutkittu paljoa, mutta lukuisten tutkimusten perusteella liikunnan lisäämisellä koulupäivään on runsaasti positiivisia vaikutuksia koulunkäynnille ja oppimiselle (ks. esim. Ahonen ym., 2005; Blakemore, 2003; Jaakkola ym., 2009; Kantomaa ym., 2017; Syväoja ym., 2012). Vahvistuvuuden kriteeri täyttyy tässä kehittämistutkimuksessa, sillä tulokset olivat samansuuntaisia niin teoreettisessa ongelma-analyysissä kuin empiirisissä ongelma-analyyseissäkin.

Arvioin saamaani palautetta materiaalista SWOT-analyysin avulla. SWOT-analyysi sopi tähän tutkimukseen ja toimi käyttökelpoisena välineenä materiaalin jatkokehittämistä ajatellen. SWOT-analyysia voidaan kuitenkin pitää subjektiivisena, eikä kaksi henkilöä useinkaan päädy samaan analyysiin (Opetushallitus, 2018). Subjektiivinen analyysimenetelmä ei ole luotettavuutensa kannalta onnistunut, sillä tämä vaikuttaa luonnollisesti tutkimuksen toistettavuuteen. Tässä tutkimuksessa tämä ei kuitenkaan ole ongelmallista, sillä kyse oli minun itse kehittämästäni opetusmateriaalista, jonka onnistumista analysoin. Tässä yhteydessä ja tässä kehittämistutkimuksessa SWOT-analyysin käyttö analyysimenetelmänä oli siis täysin perusteltua.

Kehittämistutkimusta on toisinaan kritisoitu vakiintuneiden tutkimuskäytänteiden puutteesta (Pernaa, 2013, 18). Toisaalta sain kehittämistutkimuksen avulla menetelmällisen vapauden ja pystyin rakentamaan kehittämistutkimuksestani sellaisen, jonka avulla saavutin tutkimukseni tavoitteet parhaiten. Tässä pro gradu -tutkielmassa luotettavuutta on pyritty parantamaan noudattamalla Akselan ja Pernaan (2013) mallia pro gradu -tutkielman toteuttamisesta kehittämistutkimuksena. Akselan ja Pernaan (2013, 190) mukaan kehittämistutkimuksen luotettavuusanalyysi voikin olla haastavaa vakiintumattomien käytänteiden vuoksi, mutta he ehdottavat kehittämistutkimuksen luotettavuuden arvionniksi Design-

Based Research Collectiven (2003) määrittelemiä laadukkaan kehittämistutkimuksen kriteereitä.

Design-Based Research Collective esittelee (2003) viisi hyvän kehittämistutkimuksen kriteeriä, joista ensimmäisen mukaan kehittämistavoitteiden ja kehitettävien teorioiden tulee kokonaisvaltaisesti liittyä toisiinsa. Toisen kriteerin mukaan kehittämistutkimuksen tulee edetä sykleittäin, joissa jatkuva arviointi ja kehittäminen on olennaista. Kolmannen kriteerin mukaan kehittämistutkimuksen tulee johtaa teoriaan tai tuotteeseen, joka on siirrettävissä esimerkiksi opettajien käyttöön. Tätä vastaa myös laadullisen tutkimuksen siirrettävyyden kriteeri (ks. Eskola & Suoranta, 1998, 211–212). Neljännen kriteerin mukaan kehittämistuotosta tulee testata autenttisissa olosuhteissa kentällä. Viidennen kriteerin mukaan kehittämistutkimuksen raportoinnin tulee olla tarkkaa ja kuvata selkeästi, kuinka kehittämistuotos on syntynyt. (Design-Based Research Collective, 2003.) Kriteereistä ensimmäisen voidaan katsoa toteutuvan tässä kehittämistutkimuksessa, vaikkei tässä tutkielmassa kehitettykään uutta teoriaa. Kuitenkin aluksi määrittelemäni käsitteet ohjasivat opetusmateriaalin suunnittelua, ja tutkimustehtävä toteutui erinomaisesti. Tutkimuksen tavoitteet ohjasivat koko kehittämisprosessia kokonaisvaltaisesti. Niin ikään toinen kriteeri toteutuu tutkielmassani, sillä noudatin Akselan ja Pernaan (2013, 186) esittelemää kahden kehittämissyklin mallia kehittämistutkimuksen teossa. Kolmas kriteeri toteutuu tutkielmassani selkeästi, sillä valmis opetusmateriaalipaketti on konkreettinen tuote, joka on opettajien vapaassa käytössä. Neljäs kriteeri toteutuu tutkielmassani hyvin, sillä testasin materiaalia kentällä kolmessa koululuokassa jopa viidentoista oppitunnin verran. Myös viides kriteeri toteutuu tutkielmassani, sillä tutkimuksen raportointi on läpinäkyvää ja olen ollut siinä huolellinen.

Koska kehittämistutkimuksissa otoskoko on usein pieni, on kehittämistutkimusten luotettavuutta myös kyseenalaistettu (Pernaa, 2013, 20). Kolmessa koululuokassa testattu opetusmateriaali ja kolmen opettajan palaute parantaneet kuitenkin luotettavuutta ja erityisesti materiaalin käytettävyyttä erilaisissa koululuokissa. Tätä kehittämistutkimusta voi arvioida myös käyttäen apuna Tracyn (2010) mainitsemia hyvän laadullisen tutkimuksen kriteereitä. Tracyn (2010, 840–848) kriteerien mukaan tutkimuksen kiinnostava, arvokas ja ajankohtainen

aihe lisää tutkimuksen merkittävyyttä ja laatua, ja pidän kehittämistutkimustani ajankohtaisena ja muun muassa tämänhetkisen opetussuunnitelman hengen mukaisena. Myös avoimuus ja rehellisyys muun muassa tutkijan omista intresseistä tekee tutkimuksesta laadukasta (Tracy, 2010, 841–842), ja näitä intressejäni avaampro gradu -tutkielmassani runsaasti. Olen myös pyrkinyt Tracyn (2010, 848) käsittelemään linjakkuuteen, eli siihen, että tutkimus saavuttaa tavoitteensa, tutkimuksessa käytetään metodeja jotka sopivat tavoitteisiin sekä siihen, että tutkimuksessa yhdistetään teoriaa tutkimuksen tuloksiin ja niiden tulkintoihin.

On myös esitetty näkemyksiä, joiden mukaan kehittämistutkimusta ei tulisi verrata perinteisen empiirisen tutkimuksen käytänteisiin, sillä niillä on keskenään aivan erilaiset tavoitteet (Edelson, 2002, 117). Edelsonin (2002, 117–118) mukaan hyviä arviointikriteerejä kehittämistutkimukselle ovat kehittämistuotteen ”uutuus” sekä käytettävyys. Materiaalia liikunnallisen matematiikan opettamiseen on saatavilla jonkin verran, mutta erityisesti kertolaskuja painottavaa liikunnallisen matematiikan materiaalia ei ole aiemmin juuri tehty. Tämän vuoksi kehittämistuotoksena voidaan pitää nimenomaan ”uutena” ja innovatiivisena. Tässä kehittämistutkimuksessa myös selvisi, että suunnittelemani kehittämisuotos on hyvin käyttökelpoinen sekä oppilaita innostava. Näin ollen tällä kehittämistutkimuksella vastattiin sille asetettuun tutkimustehtävään.

### 8.3 Opetusmateriaalin mahdollisuudet jatkossa

Suunnittelemani opetusmateriaalia voi kehittää jatkossa edelleen yhä monipuolisemmaksi. Kehittämistutkimuksen syklisestä luonteesta johtuen kehittämissyklejä voi jatkaa tämän tutkimusprosessin jälkeen – vaikka useamman syklin verran. Jatkokehitettyä materiaalia voisi edelleen testata samoissa koululuokissa tai ottaa mukaan uusia opettajia ja erilaisia luokkia. Mielenkiintoista olisi myös testata liikunnallisen matematiikan hyödyntämistä esimerkiksi erityisopetuksessa tai tukiopetuksen muotona, ja tästä saisiikin hyvän jatkotutkimusaiheen. Mielenkiintoinen jatkotutkimusaihe olisi myös asetelma, jossa toisessa ryhmässä kertolaskuja opetettaisiin suunnittelemani opetusmateriaalin avulla ja toisessa ryhmässä ilman materiaalia. Oppimisen kehitystä tulisi tällöin selvittää

alku- ja lopputestein, jolloin olisi jossain määrin mahdollista vertailla myös opimistuloksia.

Suunnittelemani opetusmateriaalipaketti on tämän tutkielman julkaisuhetkellä saatavilla pdf-muodossa osoitteessa [www.liikunnallisesti.fi](http://www.liikunnallisesti.fi). Opetusmateriaalia voi kehittää myös sähköisessä muodossa edelleen hyödyntäen erilaisia blogin ominaisuuksia. Blogipohjassa julkaistua opetusmateriaalipakettia ei ole tällä hetkellä saatavissa pienemmissä osioissa, esimerkiksi harjoituksittain, vaan materiaalipaketti on ladattavissa yhtenä tiedostona, joko liitteiden kanssa tai ilman. Blogia voi kehittää edelleen lisäämällä harjoituksia blogiin yksitellen ja liittämällä harjoitusten yhteyteen asiasanoja. Blogiin on myös helppo liittää kuvia ja videoita harjoitusten tueksi ja niitä havainnollistamaan. Lisäksi liikunnallisen opetusmateriaalin voisi liittää osaksi suurempaa matematiikan opetusmateriaalikokonaisuutta, jossa huomioitaisiin kertolaskujen opettamisessa monipuolisesti niin liikkuminen, havainnollistamisvälineiden käyttö, kertotaulujen suullinen harjoittelu sekä symboliset merkit. Näin ehdotti yksi opettajistakin haastattelussaan.

*LO2: Ne tarvii sekä sitä liikuntaa että sitä luettelua ja sitte tekemistä palikoilla, että semmonen hyvä kombo niille on varmaan järkevä.*

Opetusmateriaalia on mahdollista myös kehittää joko kertolaskun harjoitteita lisäämällä tai laajentamalla sen sisältöä monipuolisemmaksi myös muihin matematiikan sisältöihin liittyen. Halusin nimetä blogin osoitteen nimenomaan ”liikunnallisesti”-sanalla, jotta tulevaisuudessa on mahdollista laajentaa liikunnallista matematiikkaa muihinkin matematiikan sisältöihin. Voisinkin päivittää blogia yhdessä muiden liikunnallisesta matematiikasta kiinnostuneiden opettajien kanssa ja blogiin voisi lisätä uusia liikunnallisia harjoituksia ja muita vinkkejä liikunnallisempaan ja aktiivisempaan koulupäivään.

## Lähteet

- Ahonen, T., Viholainen, H., Cantell, M., & Rintala, P. (2005). Motoriikka ja oppimisvaikeudet. Teoksessa P. Rintala, T. Ahonen, M. Cantell & A. Nissinen (toim.), *Liiku ja opi. Liikunnasta apua oppimisvaikeuksiin* (s. 7–24). Keuruu: PS-Kustannus.
- Aksela, M. & Pernaa, J. (2013.) Kehittämistutkimus pro gradu -tutkielman tutkimusmenetelmänä. Teoksessa J. Pernaa (toim.) *Kehittämistutkimus opetuslalla* (s. 181–200). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Anderson, T., & Shattuck, J. (2012). Design-based research: A decade of progress in education research?. *Educational researcher*, 41(1), 16–25.
- Anttila, E. (2013). *Koko koulu tanssii. Kehollisen oppimisen mahdollisuuksia kouluyhteisössä*. Acta Scenica 37. Helsinki: Teatterikorkeakoulu, esittävien taiteiden tutkimuskeskus.
- Barab, S., & Squire, K. (2004). Design-based research: Putting a stake in the ground. *The journal of the learning sciences*, 13(1), 1–14.
- Baroody, A. J. (2004). The developmental bases for early childhood number and operations standards. *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education*, 173–219.
- Bartholomew, J. B., & Jowers, E. M. (2011). Physically active academic lessons in elementary children. *Preventive medicine*, 52, 51–54.
- Blakemore, C. L. (2003). Movement is essential to learning. *Journal of Physical Education, Recreation & Dance*, 74(9), 22–25.
- Bruner, J. S. (1964). The course of cognitive growth. *American psychologist*, 19(1), 1.
- Collins, A., Joseph, D. & Bielaczyc, K. 2004. Design research: Theoretical and Methodological issues. *The Journal of Learning Sciences*, 13(1), 15–42.
- Conyers, M. & Wilson, D. (2015). Smart moves. Powering up the brain with physical activity. *Donna.Phi Delta Kappan*. 96 (8), 38–42.
- Davis, C. L., & Cooper, S. (2011). Fitness, fatness, cognition, behavior, and academic achievement among overweight children: do cross-sectional associations correspond to exercise trial outcomes?. *Preventive Medicine*, 52, 65–69.
- Design-Based Research Collective. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher* 32 (1), 5–8.
- Donnelly, J. E., & Lambourne, K. (2011). Classroom-based physical activity, cognition, and academic achievement. *Preventive medicine*, 52, 36–42.
- Edelson, D. C. (2002). Design research: What we learn when we engage design. *The Journal of Learning Sciences*, 11(1), 105–121.
- Erwin, H., Fedewa, A., & Ahn, S. (2012). Student academic performance outcomes of a classroom physical activity intervention: A pilot study. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 4(3), 473–487.



- Eskola, J., & Suoranta, J. (1998). *Johdatus laadulliseen tutkimukseen*. Tampere: Vastapaino.
- Eskola, J., & Vastamäki, J. (2015). Teemahaastattelu: Opit ja opetukset. Teoksessa J. Aaltola, & R. Valli (toim.), *Ikkunoita tutkimusmetodeihin: 1, Metodien valinta ja aineiston keruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle* (4. uud. ja täyd. painos, s. 25–43). Jyväskylä: PS-Kustannus.
- Fogelholm, M. (2007). *Liikunta – Hyvinvointipoliittinen mahdollisuus. Suomalaisen terveystieteiden tila ja kehittyminen 2006*. Sosiaali- ja terveysministeriö.
- Gardner, H. (1984). *Frames of mind: The theory of multiple intelligences*. London: Heinemann.
- Gardner, H. (2006). Changing minds: The art and science of changing our own and other people's minds. *Harvard Business Review Press*.
- Gardner, H., & Hatch, T. (1989). Educational implications of the theory of multiple intelligences. *Educational researcher*, 18(8), 4–10.
- Goh, T. L., Hannon, J., Webster, C., Podlog, L., & Newton, M. (2016). Effects of a TAKE 10! classroom-based physical activity intervention on third-to fifth-grade children's on-task behavior. *Journal of Physical Activity and Health*, 13(7), 712–718.
- Haapasalo, L. (1991). *Konstruktivismi matemaattisen käsitteenmuodostuksen ohjaamisessa ja analysoimisessa*. Jyväskylä: Kasvatustieteiden tutkimuslaitos.
- Haapasalo, L. (2011). *Oppiminen, tieto ja ongelmanratkaisu*. Joensuu: MEDUSA-Software.
- Hallitusohjelma (2015). Ratkaisujen Suomi. Pääministeri Juha Sipilän hallituksen strateginen ohjelma 29.5.2015. Hallituksen julkaisusarja 10/2015. Saatavilla: [http://vnk.fi/documents/10616/1095776/Ratkaisujen+Suomi\\_FI.pdf/5f59e1a3-bfe8-47cb-a42f-6e18ee6a53a7?version=1.0](http://vnk.fi/documents/10616/1095776/Ratkaisujen+Suomi_FI.pdf/5f59e1a3-bfe8-47cb-a42f-6e18ee6a53a7?version=1.0). Viitattu 5.4.2017
- Hannula, M. M. & Lepola, J. (2006). Matemaattisten taitojen kehittyminen esi- ja alkuopetuksen aikana: Mitkä tekijät ennakoivat aritmeettisten taitojen kehitystä? Teoksessa J. Lepola & M. M. Hannula (toim.) *Kohti koulua. Kielellisten, matemaattisten ja motivationaalisten valmiuksien kehitys* (s. 129–153). Turku: Turun yliopiston kasvatustieteiden laitos.
- Heikkinen, H. L. T., Kontinen, T. & Häkkinen, P. (2007). Toiminnan tutkimisen suuntaukset. Teoksessa H. L. T. Heikkinen, E. Rovio & L. Syrjälä (toim.) *Toiminnasta tietoon: Toimintatutkimuksen menetelmät ja lähestymistavat* (s. 39–76). Helsinki: Kansanvalistusseura.
- Helsingin Sanomat (29.10.2017). Pääkirjoitus. Liikkumisen riemu tuli kouluihin ja paransi myös oppimistuloksia. *Helsingin Sanomat*. Viitattu 30.5.2018. Saatavilla <https://www.hs.fi/paakirjoitukset/art-2000005427873.html>
- Hiltunen, J., & Tursas, J. (2013). *Liikunnallinen toimintakulttuuri kouluihin. Luokanopettajat osana koulun toimintakulttuurin liikunnallistamisesta*. Turun yliopisto. Pro gradu -tutkielma.

- Huisman, T. & Nissinen, A. (2005). Oppiminen, oppimistyyli ja liikunta. Teoksessa P. Rintala, T. Ahonen, M. Cantell & A. Nissinen (toim.) *Liiku ja opi. Liikunnasta apua oppimisvaikeuksiin* (s. 25–46). Keuruu: PS-kustannus.
- Iivari, J., & Venable, J. (2009). Action research and design science research – seemingly similar but decisively dissimilar. *ECIS 2009 Proceedings*. Paper 73 (pp. 1642–1653).
- Ikäheimo, H. (2002). *Iloa ja ymmärrystä matematiikkaan* (4. painos). Helsinki: OPPERI.
- Ikäheimo, H., Aalto, A. & Puumalainen, K. (2004). *Opi matematiikkaa leikkien esi- ja alkuopetuksessa*. Helsinki: Opperi.
- Ikäheimo, H. & Risku, A-M. (2004). Matematiikka esi- ja alkuopetuksessa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka – näkökulmia oppimiseen ja opettamiseen* (s. 222–240). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.
- Jaakkola, T. (2013). Liikunta, kognitiivinen suoriutuminen ja koulumenestys. Teoksessa T. Jaakkola, J. Liukkonen & A. Sääkslahti (toim.), *Liikuntapedagogiikka* (s. 259–272). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Jaakkola, T., Liukkonen, J. & Sääkslahti, A. (2013). Johdatus liikuntapedagogiikkaan. Teoksessa T. Jaakkola, J. Liukkonen & A. Sääkslahti (toim.), *Liikuntapedagogiikka* (s. 17–27). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Jaakkola, T., Sääkslahti, A., & Liukkonen, J. (2009). Koulun liikuntakasvatus oppimisvalmiuksien luojana sekä lasten kasvun ja kehityksen tukena. Teoksessa A. Aro, M. Hartikainen, M. Hollo, H. Järnefelt, E. Kauppinen, H. Ketonen, M. Manninen, M. Pietilä & P. Sinko (toim.), *Taide ja taito – kiinni elämässä* (s. 49–54). Taide- ja taitokasvatuksen julkaisu. Helsinki: Opetushallitus.
- Jensen, E. (2000). Moving with the brain in mind. *Educational Leadership*, 58(3), 34–38.
- Jones, A., & Woolley, J. (2015). The email-diary: a promising research tool for the 21st century?. *Qualitative Research*, 15(6), 705–721.
- Järvinen, M. L. (2011). *Konstruktivistinen oppimiskäsitys opettajan pedagogisena työvälineenä alkuopetuksessa. Näkökulmia muutokseen*. Tampereen yliopisto. Kasvatustieteiden yksikkö. Väitöskirja.
- Kananen, J. (2012). *Kehittämistutkimus opinnäytetyötä. Kehittämistutkimuksen kirjoittamisen käytännön opas*. Jyväskylä: Jyväskylän ammattikorkeakoulu.
- Kantomaa, M., Syväoja, H., Sneck, S., Jaakkola, T., Pyhältö, K., & Tammelin, T. (2017). Koulupäivän aikainen liikunta ja oppiminen. Tilannekatsaus tammi-kuu 2018. Raportit ja selvitykset 2018:1. Helsinki: Opetushallitus.
- Kaufmann, K., & Dehline, J. (2014). *Dance Integration: 36 Dance Lesson Plans for Science and Mathematics*. Human Kinetics.
- Kibbe, D. L., Hackett, J., Hurley, M., McFarland, A., Schubert, K. G., Schultz, A., & Harris, S. (2011). Ten Years of TAKE 10!®: Integrating physical activity

- with academic concepts in elementary school classrooms. *Preventive Medicine*, 52, 43–50.
- Kinnunen, R. (2003). *Miksi kertotauluun kompastuu. Lukujen hallinta oppimisen perustana*. Turku: Painosalama Oy.
- Kiviluoma, P., Nyrhinen, K., Perälä, P., Rokka, P., Salminen, M. & Tapiainen, T. (2015). *Tuhattaituri 3a. Opettajan opas*. Keuruu: Otava.
- Kiviniemi, K. (2015). Design- eli suunnittelututkimus opetus- ja kasvatusalalla. Teoksessa R. Valli & J. Aaltola (toim.) *Ikkunoita tutkimusmetodeihin 1. Metodien valinta ja aineistonkeruu: virikkeitä aloittelevalle tutkijalle* (4. uud. ja täyd. painos, s. 220–240). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Koponen, R. (1995). *Matematiikan didaktiikkaa luokanopettajille* (2. Painos). Jyväskylä: Atena kustannus.
- Kristjánsson, A., Sigfúsdóttir, I., Allegrante, J. & Helgason, A. (2009). Adolescent health behavior, contentment in school, and academic achievement. *American Journal of Health Behavior*, 33(1), 69–79.
- Laakso, L., Nupponen, H., & Telama, R. (2007). Kouluikäisten liikunta-aktiivisuus. Teoksessa P. Heikinaro-Johansson & T. Huovinen (toim.) *Näkökulmia liikuntapedagogiikkaan* (s. 42–63). Helsinki: WSOY.
- Lakka, J. (2014). *Yhteen- ja vähennyslaskustrategioiden rakentaminen alkuopetuksen matematiikassa. Yhden luokan erilaiset oppimispolut tehokkaisiin strategioihin*. Helsingin Yliopisto. Käyttäytymistieteiden tiedekunta. Opettajankoulutuslaitos. Tutkimuksia 358. Väitöskirja.
- Leino, J. (2004). Konstruktivismi matematiikan opetuksessa. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. Ahonen & P. Malinen (toim.), *Matematiikka – näkökulmia oppimiseen ja opettamiseen* (s. 20–31). Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti
- Lilli, M., Putkonen, H., Sinnemäki, J. & Mikkonen, V. (2010). *Uusi Matikkamatka 2 syksy. Opettajan opas*. Vantaa: Kustannusosakeyhtiö Tammi.
- Maeda, J. K., & Randall, L. M. (2003). Can academic success come from five minutes of physical activity? *Brock Education Journal*, 13(1).
- Mabbot, D. J. & Bisanz, J. (2003). Developmental change and individual differences in children's multiplication. *Child Development* 74 (4), 1091–1107.
- Magdas, I. (2012). An investigation of students' difficulties to create a blackboard sketch for the lesson: Table of multiplication by two. *Acta Didactica Napocensia* 5 (3), 13–22.
- Mahar, M. T., Murphy, S. K., Rowe, D. A., Golden, J., Shields, A. T., & Raedeker, T. D. (2006). Effects of a classroom-based program on physical activity and on-task behavior. *Medicine and science in sports and exercise*, 38(12), 2086.
- Markham, A. N. (2004). The Internet as research context. *Qualitative research practice*, 358–374.
- Miettinen, R. (1995). *Kognitiivisen oppimisnäkömyksen tausta* (6. painos). Helsinki: Valtion koulutuskeskus.

- Opetushallitus (2014). Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2014. Helsinki: Opetushallitus. Viitattu 25.3.2016. Saatavilla: [http://www.oph.fi/download/163777\\_perusopetuksen\\_opetussuunnitelman\\_perusteet\\_2014.pdf](http://www.oph.fi/download/163777_perusopetuksen_opetussuunnitelman_perusteet_2014.pdf)
- Opetushallitus (2016a). PISA 2015: Suomalaisnuoret edelleen huipuolla pudotuksesta huolimatta. OKM:n lehdistötiedote 6.12.2016. Viitattu 5.4.2017. Saatavilla [http://www.oph.fi/ajankohtaista/verkkouutiset/101/0/pisa\\_2015\\_suomalaisnuoret\\_edelleen\\_huipulla\\_pudotuksesta\\_huolimatta?read=0&l=fi](http://www.oph.fi/ajankohtaista/verkkouutiset/101/0/pisa_2015_suomalaisnuoret_edelleen_huipulla_pudotuksesta_huolimatta?read=0&l=fi)
- Opetushallitus (2016b). Opetussuunnitelma ja tuntijako. Opetushallituksen internetsivut. Viitattu 5.4.2017. Saatavilla: [http://www.oph.fi/koulutus\\_ja\\_tutkinnot/perusopetus/opetussuunnitelma\\_ja\\_tuntijako](http://www.oph.fi/koulutus_ja_tutkinnot/perusopetus/opetussuunnitelma_ja_tuntijako)
- Opetushallitus (2018). Säädökset ja ohjeet. Laadunhallinnan tuki. SWOT-analyysi. Viitattu 25.5.2018. Saatavilla: [https://www.oph.fi/saadokset\\_ja\\_ohjeet/laadunhallinnan\\_tuki/wbl-toi/menetelmia\\_ja\\_tyovalineita/swot-analyysi](https://www.oph.fi/saadokset_ja_ohjeet/laadunhallinnan_tuki/wbl-toi/menetelmia_ja_tyovalineita/swot-analyysi)
- Paalasmaa, J. (2014). *Aktivoi oppilaasi*. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Parvela-Westerinen, E. (2013). *Pitäisikö matikkaa vääntää rautalangasta? Luokanopettajien kokemuksia toiminnallisesta matematiikasta alkuopetuksessa*. Jyväskylän yliopisto. Pro gradu -tutkielma.
- Pernaa, J. (2013.) Kehittämistutkimus tutkimusmenetelmänä. Teoksessa J. Pernaa (toim.) *Kehittämistutkimus opetusallalla* (s. 181–200). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Peters, C., Geiger, V., Goos, M. & Dole, S. (2012). Numeracy in health and physical education. *The Australian Mathematics Teacher*, 68(1), 21–27.
- Piaget, J. (1988). *Lapsi maailmansa rakentajana: kuusi esseetä lapsen kehityksestä*. Suomenkielinen käännös S. Palmgren, tarkistanut K. Helkama. Jyväskylä: WSOY.
- Prashnig, B. (2000). *Erilaisuuden voima: opetustyyli ja oppiminen*. Suomenkielinen käännös H. Tossavainen. Jyväskylä: PS-kustannus.
- Pulli, E. (2001). *Opi liikkuen, liiku leikkien. Liikuntaa esiopetukseen*. Tampere: Tammi.
- Pulli, E. (2002). *Liikunta lukumääräkäsitteen opettamisen menetelmänä esiopetuksessa*. Helsingin yliopisto. Pro gradu -tutkielma.
- Päivänen, P. (14.7.2016). Tutkijat: Liikunta lisää lasten älykkyyttä ja edistää oppimista. *Helsingin Sanomat*. Viitattu 30.5.2018. Saatavilla <https://www.hs.fi/hyvinvointi/art-2000002910756.html>
- Rauste-von Wright, M., von Wright, J. & Soini, T. (2003). *Oppiminen ja koulutus*. Helsinki: WSOY.
- Reed, J. A. (2009). *Active education: Lessons for integrating physical activity with language arts, math, science and social studies*. Nova Science Pub Incorporated.

- Risku, A-M. (2002). Leikisti ja oikeesti – Oikeata matematiikkaa lapsesta lähtien. Teoksessa O. Saloranta (toim.), *Ensimmäiset kouluvuodet – Perusopetuksen vuosiluokkien 1–2 opetus* (s. 20–31). Opetushallitus. Vammala: Vammalan kirjapaino Oy.
- Ruusuvuori, J. (2010). Litteroijan muistilista. Teoksessa J. Ruusuvuori, P. Nikander & M. Hyvärinen (toim.) *Haastattelun analyysi* (s. 424–445). Tampere: Vastapaino.
- Ruusuvuori, J., Nikander P., & Hyvärinen M. (2010). Haastattelun analyysin vaiheet. Teoksessa J. Ruusuvuori, P. Nikander & M. Hyvärinen (toim.) *Haastattelun analyysi* (s. 9–36). Tampere: Vastapaino.
- Ryen, A. (2007). Ethical Issues. Teoksessa C. Seale, G. Gobo, J. F. Gubrium & D. Silverman (toim.) *Qualitative Research Practice*. London & Thousand Oaks: Sage, 218–235.
- Räsänen, M. (2009). Taide, taito, tieto – ei kahta ilman kolmatta. Teoksessa T. Asunmaa & P. Räihä (toim.), *Samalta viivalta 4* (s. 69–87). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Salo, U-M. (2015). Simsalabim, sisällönanalyysi ja koodaamisen haasteet. Teoksessa Aaltonen, S. ja Högbäck, R. (toim.) *Umpikujasta oivallukseen. Refleksiivisyys empiirisessä tutkimuksessa* (s. 166–190). Tampere University Press & Nuorisotutkimusverkosto/ Nuorisotutkimusseura, julkaisuja 164.
- Smith, S. Z. & Smith, M. E. (2006). Assessing elementary understanding of multiplication concepts. *School Science and Mathematics* 106 (3), 140–149.
- Strean, W. B. (2010). 6. Moving (Literally) to Engage Students: Putting the (Physically) Active in Active Learning. *Collected Essays on Learning and Teaching*, 3, 33–37.
- Sura, S. (1999). Toiminnallisuus alkukasvatustieteen oppimisen edistäjänä. Teoksessa K. Laine & J. Tähtinen (toim.), *Oppimisen ohjaaminen esi- ja alkuopetuksessa* (s. 219–248). Turku: Turun yliopiston kasvatustieteiden laitos ja Turun opettajankoulutuslaitos
- Syvöja, H., Kantomaa, M., Laine, K., Jaakkola, T., Pyhältö, K. & Tammelin, T. (2012). *Liikunta ja oppiminen. Tilannekatsaus – Lokakuu 2012*. Muistiot 2012:5. Helsinki: Opetushallitus.
- Tammelin, T. (2013). Liikuntasuositukset terveyden edistämiseksi. Teoksessa T. Jaakkola, J. Liukkonen & A. Sääkslahti (toim.), *Liikuntapedagogiikka* (s. 62–73). Jyväskylä: PS-kustannus.
- Tikkanen, P. (2008). *”Helpompaa ja hauskeempaa kuin luulin”: matematiikka suomalaisten ja unkarilaisten perusopetuksen neljäsluokkalaisten kokemana*. Jyväskylä: Jyväskylän yliopisto.
- Trost, S. G. (2007). Active education: Physical education, physical activity and academic performance. *Active Living Research*, San Diego, CA.
- Trudeau, F., & Shephard, R. J. (2008). Physical education, school physical activity, school sports and academic performance. *International Journal of Behavioral Nutrition and Physical Activity*, 5(1), 10.

- Tuomi, J., & Sarajärvi, A. (2002). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi*. Helsinki: Tammi.
- Tuomi, J., & Sarajärvi, A. (2009). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi* (6., uud. laitos). Helsinki: Tammi.
- Uusitupa, I. (24.10.2017). Aivotutkija tervehtii ilolla leuanvetoa kesken oppitun-  
nin – Liikkuminen saa aikaan aivoissa solutuotantoa, jota tarvitaan oppimi-  
seen. *Helsingin Sanomat*. Viitattu 30.5.2018. Saatavilla  
<https://www.hs.fi/urheilu/art-2000005421489.html>
- Valtioneuvosto (2017). Viitattu 5.4.2017. Saatavilla  
<http://valtioneuvosto.fi/hallitusohjelman-toteutus/osaaminen/karkihanke1>
- Valtioneuvoston asetus perusopetuslaissa tarkoitetun opetuksen valtakunnalli-  
sista tavoitteista ja perusopetuksen tuntijaosta (422/2012).
- Vilka, H. (2006). *Tutki ja havainnoi*. Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Tammi.
- Vuorinen, I. (2005). *Tuhat tapaa opettaa* (8. painos). Tampere: Resurssi.
- Vuorinen, T. (2013). *Strategiakirja 20 työkalua*. Helsinki: Talentum.

## **Liitteet**

LIITE 1. Kutsu liikunnalliseen kehittämistutkimukseen.

LIITE 2. Suostumuskirje vanhemmille.

LIITE 3. Alkukartoituskysely.

LIITE 4. Teemahaastattelurunko.

LIITE 5. Valmis opetusmateriaalipaketti.

## LIITE 1. Kutsu liikunnalliseen kehittämistutkimukseen.

Hei luokanopettaja!



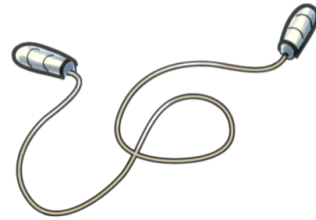
Kiinnostaako **liikunnallinen matematiikka**? Kaipaako lisää liikettä koulupäivään ja monipuolisuutta matematiikan opettamiseen? Etsin pääkaupunkiseudulta kehittämistutkimuksena toteutettavaan pro gradu -tutkielmaani **ensi lukuvuonna kolmatta luokkaa opettavia opettajia** ja heidän luokkiaan. Tutkimus painottuu ensi syksyyn. Tarkoitukseni on laatia innostavaa materiaalia kertolaskujen liikunnalliseen opettamiseen kolmasluokkalaisille. Tulen myös pitämään tutkimukseen osallistuville luokille liikunnallista matematiikkaa. Tutkimuksen jälkeen viimeistelty opetusmateriaali on vapaasti käytettävissä koulussanne. Ota minuun yhteyttä sähköpostitse, mikäli koet aiheen innostavaksi ja luokallenne sopivaksi, tai jos kaipaat lisätietoa tutkimuksesta. Pyydä myös rinnakkaisluokan kollegaa mukaan osallistumaan! Kiitos mielenkiinnostanne ja lämpimästi tervetuloa mukaan tutkimukseen!

**Liikunnallisin terveisin,**

Marjukka Lukkaroinen

Luokanopettajaopiskelija, Helsingin yliopisto

[marjukka.lukkaroinen@helsinki.fi](mailto:marjukka.lukkaroinen@helsinki.fi)





## LIITE 2. Suostumuskirje vanhemmille.

Hyvät [koulun] kolmasluokkalaisten huoltajat!

Olen Marjukka Lukkaroinen ja teen pro gradu -tutkielmaa Helsingin yliopiston Kasvatustieteellisessä tiedekunnassa. Tutkimukseni aihe on liikunnallinen matematiikka ja olen kiinnostunut siitä, miten liikunta voisi tukea matematiikan oppimista. Oppituntien liikunnallistamisella eli fyysisen aktiivisuuden lisäämisellä on useiden tutkimusten mukaan havaittu positiivinen yhteys koulumenestykseen! Monipuoliset opetusmenetelmät ovat tärkeitä myös siksi, että niiden avulla huomioidaan erilaiset oppijat. Olenkin kehittänyt materiaalin, jossa kertotauluja opetellaan ja harjoitellaan liikunnallisesti. Kehittämäni materiaali tukee hyvin uuden opetussuunnitelman mukaista toiminnallisuutta, sekä auttaa saavuttamaan hallitusohjelmaankin kirjatun tavoitteen liikunnan lisäämisestä peruskouluissa.

Tulen pitämään lapsenne luokkaan liikunnallista matematiikkaa yhteensä neljänä kertana syys- ja lokakuun aikana. Tunneilla testaan kehittämäni materiaalin käyttökelpoisuutta ja toimivuutta. Myös luokan oma opettaja käyttää materiaalia opetuksessaan sekä osallistuu materiaalin kehittämiseen.

Tässä tutkimuksessa tutkimuksen kohteena eivät ole lapsenne, eikä henkilötietoja käsitellä tutkimuksen teon missään vaiheessa. Tutkimukseen osallistuminen on vapaaehtoista. Osallistuminen ei velvoita oppilaita tai huoltajia mihinkään.

Pyydän suostumustanne lapsenne osallistumiseen pitämilleni liikunnallisen matematiikan oppitunneille.

Vastaan mielelläni mahdollisiin kysymyksiinne tutkimukseen liittyen. Minut saa kiinni sähköpostitse marjukka.lukkaroinen(at)helsinki.fi. Kiitos yhteistyöstänne!

Liikunnallisin terveisin,

Marjukka Lukkaroinen  
Luokanopettajaopiskelija, Helsingin yliopisto

Palautathan alaosan opettajallesi 18.9.2017 mennessä.

Lapsen nimi: \_\_\_\_\_

saa osallistua liikunnallisen matematiikan oppitunneille ☐

ei saa osallistua liikunnallisen matematiikan oppitunneille ☐

Aika ja paikka

Huoltajan allekirjoitus ja nimenselvennys

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### LIITE 3. Alkukartoituskysely.

1. Mitä lisäarvoa liikunnallinen matematiikka voi tuoda opetukseen? Mitä ajattelet oppituntien liikunnallistamisesta?
2. Millaisia opetusmateriaaleja käytät matematiikassa? Missä tilanteissa voisit hyödyntää liikunnallista matematiikkaa, ja millaista materiaalia kaipaaisit sen tueksi?
3. Voisiko liikunta olla mielestäsi avuksi kertolaskujen oppimisessa? Millä tavoin? Toivoisitko pääpainon olevan kertolaskuissa, vai myös liikunnallisten taitojen oppimisessa?

Luen mielelläni myös kaikenlaisista kokemuksista ja ideoista liikunnalliseen matematiikkaan liittyen. Kiitos vastauksistanne!

## LIITE 4. Teemahaastattelurunko.

### Teema 1

Taustatiedot ja ajatukset liikunnallisesta matematiikasta

- Mitä lisäarvoa liikunnallinen matematiikka voi tuoda opetukseen?
  - esim. vaihtelu, innostus, motivaatio, oppimistulokset, eriyttäminen...
- Liikunnallisen matematiikan hyödyntäminen aiemmin? Missä tilanteissa?
- Kertolaskujen opetus aiemmin? Liikunta apuna kertolaskujen oppimisessa?
- Oppituntien liikunnallistaminen?

### Teema 2

Kokemukset liikunnallisen matematiikan hyödyntämisestä luokassa

- Miten liikunnallinen matematiikka sopi luokalle?
- Oppilaiden motivoituminen toimintaan?
  - Ero perinteiseen opetukseen? Innostaako?
- Opettajan motivoituminen toimintaan?
  - Ero perinteiseen opetukseen? Vaatiiko enemmän?

### Teema 3

Kehittämäni materiaalin arviointi ja käytettävyys: Mikä toimii? Mitä pitäisi vielä kehittää?

- Materiaalin sisältö
  - harjoitusten määrä, harjoitusten käyttökelpoisuus/innostavuus, liikunnan ja matematiikan määrän suhde, puuttuuko jotain olennaista / onko jotain liikaa, yksittäisten harjoitusten kommentointi + liitteet
- Materiaalin ulkoasu
  - helppolukuisuus, selkeys, siisteys, esteettisyys
- Materiaalin jäsenitys
  - ryhmittely, luvut, kaivataanko väliotsikoita/kuvia
- Käyttökokemus
  - kaivataanko järjestelyohjeita opettajalle tms.
- Muita kehitysehdotuksia
  - kaivataanko järjestelyohjeita opettajalle tms.

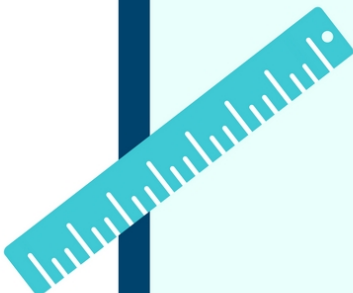
### Teema 4

Tavoitteiden saavuttaminen materiaalin avulla

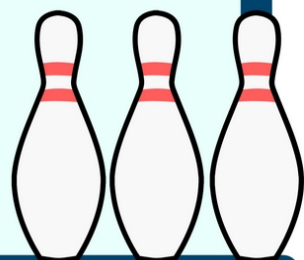
- Matematiikan tavoite: kertolaskujen oppiminen
- Liikunnallistamisen tavoite: oppilaiden kokonaisaktiivisuuden lisääminen → tavoittelemisen arvoista itsessään?
- Liikunnan tavoite: liikunnan taidot

LIITE 5. Valmis opetusmateriaalipaketti.

# KERTOLASKUJA LIIKUNNALLISESTI



Materiaalipaketti  
kertolaskujen  
liikunnalliseen  
opettamiseen  
3.-luokkalaisille



## Opettajalle

Kertolaskuja liikunnallisesti -materiaalipaketti on kehittämistutkimuksena toteuttamani pro gradu -tutkielman tulosta. Kertolaskujen oppimiseen innostamisen ja motivoinnin lisäksi liikunnallisen materiaalin tarkoituksena on lisätä oppilaiden kokonaisaktiivisuutta koulupäivän aikana ja keskeyttää istuminen. Materiaali tukee myös hyvin nykyisen opetussuunnitelman mukaista toiminnallisuutta.

Tämä materiaalipaketti jakautuu kolmeen osioon. Ensimmäinen osio on nimeltään *Opi liikkuen*. Tässä osassa keskitytään käyttämään liikuntaa ja liikettä oppimisen tukena. Liikunnan ja liikkeen avulla esimerkiksi kinesteettinen oppija voi ymmärtää kertolaskun käsitteenkin paremmin. Näiden harjoitusten avulla opitaan uusia kertotauluja liikunnallisesti ja vahvistetaan kertolaskun käsitettä ja vaadittavia pohjataitoja. Voit tehdä harjoituksia hyvin omassa luokassa, osana matematiikan tunteja.

Toinen osio, *Liikettä lisämausteeksi*, tarjoaa vinkkejä matematiikan oppituntien liikunnallistamiseen. Tämänhetkiseen hallitusohjelmaan on kirjattu tavoite liikunnan lisäämisestä peruskouluissa, ja tavoitteena on, että oppilaat liikkuvat koulupäivän aikana vähintään tunnin. Keskeistä on liikkeen lisääminen ja istumisen vähentäminen. Nappaa materiaalista vinkkejä oppilaiden aktivoimiseen sekä innostamiseen liikkeen avulla! Pois pulpetin äärestä tehtävät harjoitteet voivat piristää oppilaita, jolloin oppiminenkin on tehokkaampaa. Tästä osiosta löydät innostavia liikunnalla höystettyjä harjoituksia kertolaskujen harjoitteluun ja kertaamiseen.

Materiaalin kolmannessa osiossa lisätään liikunnan määrää harjoituksissa, ja harjoitusten tavoitteena onkin kehittää matematiikan taitojen lisäksi myös liikunnan taitoja. *Taitoja kartuttamaan* -osion harjoituksissa opitaan sekä matematiikkaa että liikuntaa kuin huomaamatta hauskojen pelien ja leikkien avulla. Harjoitukset ovat vauhdikkaita – näitä harjoituksia voi tehdä myös liikuntatunneilla!

Ota käyttöön itsellesi sopivat vinkit ja lisää helposti liikuntaa opetukseesi!

Liikunnallisin terveisin, Marjukka Lukkaroinen

# Sisältö

<b>1. Opi liikkuen.....</b>	<b>2</b>
Lukujonoluettelu.....	2
Kasvava tuhatjalkainen .....	3
Hyppiminen lukusuoralla .....	3
Yhteenlaskusta kertolaskuun.....	4
Numerokaverit .....	4
Kertolaskukeräys .....	5
Kertoja ja kerrottava.....	6
Kertotauluhypyt.....	6
Kertotaulutaputukset .....	7
Kertolaskuryhmät .....	7
Kertotauluja kehonosiin.....	8
Sanalliset laskut liikunnallisesti .....	9
Yhdeksän kertotaulu kehollisesti.....	9
Tuplaus ja puolitus .....	10
<b>2. Liikettä lisämausteeksi .....</b>	<b>12</b>
Kertotaulukertaus .....	12
Kertolaskuportaati .....	13
Kertotaulut piirissä .....	13
Kertolaskuliikkeet .....	14
Kertolaskut seisten .....	14
Kertolaskupomppu.....	15
Mikä lasku olen?.....	16
Muistipeli .....	17
Ristinolla.....	17
Lukujonoläpsy .....	18
Vauhtia vastauksiin.....	19
Kertolaskujen etsintä .....	20
Tarkkuustulot .....	20
Kertolaskubattle .....	21
+ Kertotaulut esille .....	22
+ Lisävinkkejä liikunnallistamiseen.....	23

<b>3. Taitoja kartuttamaan .....</b>	<b>24</b>
Koodin selvitys .....	24
Oikean tulon etsintä .....	25
Kertolaskut vanteisiin .....	26
Kertolaskuhippa .....	27
Kertolaskuparit.....	27
Kertolaskupisteet .....	28
Kertotaulukoppi .....	29
Kertolaskuviesti.....	30
7 – 8 – 9.....	31
<b>Lähteet .....</b>	<b>32</b>
<b>Liitteet.....</b>	<b>33</b>



# 1. Opi liikkuen

Opi liikkuen -osion harjoituksissa keskeistä on kertolaskun käsitteen vahvistaminen sekä niiden taitojen harjoittelu, jotka toimivat pohjana kertolaskujen oppimiselle. Harjoitusten avulla mahdollistetaan kinesteettinen lähestymistapa kertolaskujen havainnollistamiseen ja opetteluun. Harjoituksia voidaan toteuttaa esimerkiksi luokkahuoneessa matematiikan tunneilla.

## Lukujonoluettelu

**Tavoitteet:** lukujonotaitojen vahvistaminen

**Tarvikkeet:** pallo, mahdolliset kertotaulujen vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Harjoituksissa oppilaat seisovat rivissä (tai piirissä) ja muodostavat näin yhdessä lukujonon. Oppilaiden järjestystä voi vaihtaa harjoitusten välissä. Oppilaat luettelevat lukuja järjestyksessä (1, 2, 3, ...) tai takaperin alenevasti (20, 19, 18, ...), myös lukujonon eri kohdista alkaen. Luvun sanoessaan oppilas menee kyykkyyn tai esimerkiksi heittää pallon eteenpäin. Jos pallo tippuu lattialle, kaikkien oppilaiden tulee mahdollisimman nopeasti käydä selällään lattialla ja nousta ylös.

Seuraava haaste harjoituksessa on lukujen luettelu askeleittain etu- ja takaperin, aluksi esimerkiksi kahden viiden ja kymmenen välein, lukujonon eri kohdista alkaen. Tätä harjoitusta voidaan käyttää myös kaikkien kertotaulujen yhteydessä (lukujen luettelu neljän välein, seitsemän välein jne.). Pallo voidaan heittää myös esimerkiksi kolmen kertotaulua harjoitellessa joka kolmannelle oppilaalle, jolloin nähdään selvästi pallon eteneminen lukujonoa pitkin kolmen välein.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Taitaville lukujen käsittelijöille voi antaa lisähaasteita luetteluun. Esimerkiksi seuraava luku kaksinkertaistuu (1, 2, 4, 8, 16, ...) tai askel seuraavaan kasvaa aina yhdellä (1, 2, 4, 7, 11, ...). Halutessaan peliä voi vaikeuttaa niin, että luetteluun suunta voi vaihtua kesken kaiken oppilaan merkistä.

**Eriyttäminen alaspäin:** Lukuja luetellessa voidaan konkretisoida kahden kertotaulua esimerkiksi käsien, ja viiden kertotaulua sormien avulla. Vaikeampia kertotauluja harjoitellessa kertotaulujen vastauskortit voivat olla nähtävillä esimerkiksi piirin keskellä.

## Kasvava tuhatjalkainen

**Tavoitteet:** lukujonotaitojen vahvistaminen

**Ryhmän koko:** n. 10 oppilasta

Valitaan yksi oppilas tuhatjalkaisen pääksi. ”Pää” saa sanoa ensimmäisen luvun, jonka perusteella tuhatjalkainen alkaa kasvaa. Jos ensimmäinen luku on 2, kasvaa tuhatjalkainen kahden välein (2, 4, 6, ...), jos luku on 5, kasvaa se viiden välein (5, 10, 15, ...). Pää alkaa kävellä vapaasti tilassa ja sanoo valitsemansa luvun. Seuraava saa liittyä päähän ottamalla tämän hartioista kiinni ja sanomalla lukujonon seuraavan luvun, seuraava liittyy taas tämän perään ja niin edelleen. Tuhatjalkainen jatkaa liikkumista ja kasvaa, kunnes kaikki ovat jonossa peräkkäin tai kun lukujonon jatkaminen on liian haastavaa. Tuhatjalkaisen voi myös ”purkaa” yksi kerrallaan luettelemalla lukujonon takaperin.



**Eriyttäminen ylöspäin:** Lukujonon laatimiseen voi lisätä haastetta, esimerkiksi seuraava luku kaksinkertaistuu (1, 2, 4, 8, 16, ...) tai askel seuraavaan kasvaa aina yhdellä (1, 2, 4, 7, 11, ...).

**Eriyttäminen alaspäin:** Lukujonoa voidaan luetella myös peräkkäisillä luvuilla etu- ja takaperin.

## Hyppiminen lukusuoralla

**Tavoitteet:** lukujonotaitojen vahvistaminen ja kertolaskun käsitteen havainnollistaminen

**Tarvikkeet:** maalarinteippiä tms. lukusuoraa varten

**Ryhmän koko:** muutama oppilas kerrallaan

Luokan lattialle tehdään lukusuora esimerkiksi maalarinteipistä väliltä 0–30. Oppilas valitsee, minkä pituisia hyppyjä hän ottaa lukusuoralla (esimerkiksi kolme väliä). Tämän jälkeen oppilas hyppii lukusuoraa pitkin sanoen samalla lukuja ääneen (3, 6, 9, ...). Harjoitus toistetaan eripituisilla hyppyillä, eli hypitään eri kertotauluja pitkin.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Parityöskentely lukusuoralla. Parille voi antaa tehtäväksi keksiä vuoron perään toisilleen kertolaskuja, jotka tulee hyppiä lukusuoraa pitkin, esimerkiksi  $5 \cdot 3 = 15$ . Tällöin oppilas hyppii viisi kolmen välin mittaista hyppyä lukusuoralla.

**Eriyttäminen alaspäin:** Opettajajohtoisesti toimiminen lukusuoralla. Opettaja voi antaa tehtäväksi esimerkiksi ottaa neljä neljä kolmen välin pituista hyppyä, jolloin oppilas päätyy lukuun 12. Todetaan, että neljä kertaa kolme väliä on yhteensä 12 väliä.  $4 \cdot 3 = 12$ .

## Yhteenlaskusta kertolaskuun

**Tavoitteet:** yhteenlaskun ja kertolaskun yhteyden havainnollistaminen

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Luokan edessä seisoo esimerkiksi neljä kolmen oppilaan ryhmää. Opettaja johdattelee yhteenlaskuun kysymällä, miten saisi laskettua, kuinka monta oppilasta ryhmissä on yhteensä. Huomataan  $3 + 3 + 3 + 3$ . Tämän jälkeen pohditaan, voisiko saman ilmaista jollain muulla tavalla. Havaitaan, että  $3 + 3 + 3 + 3$  tarkoittaa samaa kuin *neljä kertaa kolme*. Harjoitus toistetaan havainnollistamalla muutamia kertoja eri laskuja, ryhmissä seisovia oppilaita vaihdellen. Lasketaan oppilaiden määrä aina sekä yhteen- että kertolaskuna. Huomataan, että kertolaskut ovat aina yhtä suurien ryhmien yhteen laskemista.

## Numerokaverit

**Tavoitteet:** yhteenlaskun ja kertolaskun yhteyden havainnollistaminen

**Tarvikkeet:** numerokortteja 1–10, useampi pakka

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Maahan asetetaan numerokortteja numeropuoli alaspäin. Opettaja voi valita etukäteen, että numerokorteissa on tiettyjä lukuja sen mukaan, mitä kertotauluja harjoitellaan. Oppilaat hakevat itselleen yhden kortin, ja lähtevät tämän jälkeen äänettömästi etsimään ne oppilaat, joilla on sama numero kortissaan kuin itsellä ja muodostavat näin ryhmiä. Tämän jälkeen lasketaan korttien luvut yhteen. Jos kolmella oppilaalla on kortissaan luku 5, voidaan tämä laskea  $5 + 5 + 5$ . Tämän jälkeen pohditaan, voisiko saman ilmaista jollain muulla tavalla. Havaitaan, että  $5 + 5 + 5$  tarkoittaa samaa kuin *kolme kertaa viisi*.

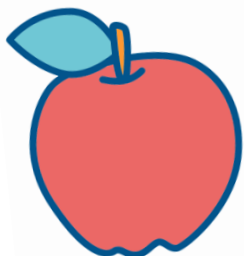
## Kertolaskukeräys

**Tavoitteet:** kertolaskun käsitteen havainnollistaminen ja kertolaskun vaihdannaisuuden tarkastelu

**Ryhmän koko:** n. 5–10 oppilasta kerrallaan

Luokan toiselle puolelle asetetaan kerättäviä esineitä, kuten palikoita. Keksitään keräykselle jokin taustatarina, kuten kauppareissu. Opettaja antaa oppilaille tehtävän, kuten: ”Käy kaupassa hakemassa kolme omenaa ja tuo

ne omalle pulpetillesi. Käy hakemassa kaupasta vielä uudestaan kolme omenaa”. Tämän jälkeen pohditaan, mikä lasku kauppareissusta saadaan aikaan. ”Kuinka monta kertaa kävit kaupassa?” (Kaksi kertaa.) ”Kuinka monta omenaa toit kerrallaan?” (Kolme.) ”Kuinka monta omenaa sinulla on yhteensä?” (Kuusi.) Muodostetaan kertolasku  $2 \cdot 3 = 6$ . Toistetaan kauppareissu eri tavoin. Esimerkiksi kertolaskujen  $2 \cdot 3$  ja  $3 \cdot 2$  eroa voidaan selventää harjoituksen avulla – kerättäessä vain kaksi omenaa kerrallaan kaupassa joutuu käymään useammin.



**Eriyttäminen ylöspäin:** Oppilaat voivat keksiä esimerkiksi pareittain kertolaskutehtäviä, jonka toinen parista toteuttaa palikoiden avulla.

**Eriyttäminen alaspäin:** Havainnollistetaan kertotaulun käsitettä pelkkien palikoiden avulla ennen liikkumista.

## Kertoja ja kerrottava

**Tavoitteet:** kertolaskun käsitteen vahvistaminen ja kertolaskun vaihdannaisuuden tarkastelu

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Luokan edessä seisoo valittu määrä oppilaita ryhmissä. Tarkoituksena on vertailla esimerkiksi laskujen  $5 \cdot 2$  ja  $2 \cdot 5$  eroa. Kun esimerkiksi 10 oppilasta seisoo pareittain, nähdään että oppilaita on *viisi kertaa kaksi*. Ryhmien määrä on kertoja, ja oppilaiden määrä ryhmässä kerrottava. Kun oppilaat puolestaan seisovat kahdessa viiden hengen ryhmässä on oppilaita *kaksi kertaa viisi*. Harjoitus toistetaan havainnollistamalla eri kertolaskuja muutamia kertoja, ryhmissä seisovia oppilaita vaihdellen. Huomataan, että vaikka kertolaskut ovat vaihdannaisia, on esimerkiksi kertolaskuilla  $3 \cdot 4$  ja  $4 \cdot 3$  eroa.

## Kertotauluhypyt

**Tavoitteet:** kertotaulujen harjoittelu ja kertolaskun käsitteen vahvistaminen

**Ryhmän koko:** n. 5–15 oppilasta kerrallaan

Opetellaan kertotauluja hyppyjen avulla. Jos kyseessä on esimerkiksi neljän kertotaulu, hypätään kolme kertaa yhdellä jalalla ja neljäs tasajalkaa luetellen samalla lukuja ääneen. Huomataan, että tasajalkahyppy hypätään säännönmukaisesti aina kolmen yhdenjalanhypyn jälkeen. Joka neljäs luku siis kuuluu neljän kertotauluun.

1, 2, 3, **4**, 5, 6, 7, **8**, 9, 10, 11, **12**, 13, ...

Hyppyjä voidaan tehdä myös esimerkiksi portaita pitkin. Oppilaat seisovat portaiden alapäässä. Neljän kertotaulua harjoiteltaessa ensimmäinen oppilas hyppii neljännelle portaalle luetellen portaita pitkin luvut 1, 2, 3, 4. Seuraava oppilas hyppii alhaalta samalle portaalle luetellen luvut 5, 6, 7, 8, seuraava 9, 10, 11, 12 ja niin edelleen. Oppilaat painavat mieleensä aina viimeiseksi sanomansa luvun. Kun päästään lukuun 40, kaikki neljän kertotaulun vastaukset ovat vierekkäin portaalla.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Esimerkiksi koulun käytävällä voi myös ottaa pienen kisailun, kuka hyppii vaikkapa neljän kertotaulun aikana pisimmälle.

**Eriyttäminen alaspäin:** Hyppyjä ja luettelua voi tehdä paitsi omaan tahtiin, myös piirissä jokainen oppilas vuorotellen, jolloin voi katsoa mallia muilta oppilailta.

## Kertotaulutaputukset

**Tavoitteet:** kertotaulujen harjoittelu ja kertolaskun käsitteen vahvistaminen

**Ryhmän koko:** 2 oppilasta

Opetellaan kertotauluja pareittain. Parit asettuvat vastakkain. Esimerkiksi kolmen kertotaulua harjoiteltaessa luetellaan lukuja ykkösestä alkaen taputtaen samalla omat kädet yhteen. Kun sanotaan kolmen kertotauluun kuuluva luku, lyödään kädet parin kanssa yhteen. Huomataan, että parin kanssa lyödään kädet yhteen säännönmukaisesti aina kahden taputuksen jälkeen. Joka kolmas luku kuuluu siis kolmen kertotauluun. Harjoitusta voidaan käyttää minkä tahansa kertotaulun yhteydessä.



## Kertolaskuryhmät

**Tavoitteet:** kertolaskujen harjoittelu ja kertolaskun käsitteen vahvistaminen

**Ryhmän koko:** n. 10–24 oppilasta

Oppilaat seisovat tilassa. Opettaja sanoo jonkin kertolaskun, esim.  $3 \cdot 4$ , jolloin oppilaat muodostavat mahdollisimman nopeasti kolme neljän hengen ryhmää. Tässä tarvitaan yhteistyö- ja vuorovaikutustaitoja, jos oppilaita on enemmän kuin ryhmiin tarvittava määrä. Osa siis voi jäädä esimerkiksi istumaan. Opettaja voi myös etukäteen valita oikean määrän oppilaita kutakin kertolaskua varten. Tarkistetaan yhdessä, että ryhmät muodostuivat oikein.

Oppilaat voidaan myös jakaa kahteen joukkueeseen (esim. 12 ja 12). Opettaja sanoo kertolaskun ( $3 \cdot 4$ ,  $2 \cdot 6$ ,  $4 \cdot 3$  jne.) ja joukkueet kisailevat, kummat saavat muodostettua ryhmät oikein nopeammin.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Harjoituksen yhteydessä opettaja voi myös antaa oppilaiden tehtäväksi keksiä, mitä eri kertolaskuja voidaan muodostaa esimerkiksi 12:sta, 15:sta tai 18:sta oppilaasta.

**Eriyttäminen alaspäin:** Kertolaskuja voi muodostaa oppilaista myös ilman kisailua.

## Kertotauluja kehonosiin

**Tavoitteet:** kertotaulujen harjoittelu ja mieleen painaminen kehollisesti

**Ryhmän koko:** n. 2–5 oppilasta / ryhmä

Uutta kertotaulua ulkoa opetellessa muistisäännöt ovat tarpeen. Osaa oppilaista kehollisuus voi auttaa kertolaskujen muistamisessa ja mieleen palauttamisessa. Oppilaat jaetaan pienryhmiin, jotka keksivät valituille kertotauluille paikat kehossa. Esimerkiksi jokaiselle neljän kertotaulun vastaukselle (4, 8, 12, 16, ...) keksitään paikka omassa kehossa, esimerkiksi 4 pääläella, 8 vatsassa, 12 olkapäällä ja niin edelleen. Kertotaulun vastauksia luetellaan aina koskemalla tiettyä paikkaa, jolloin muodostuu liikesarja kyseiselle kertotaululle (pää – vatsa – olkapää...). Kun paikka kullekin kertotaulun luvulle on keksitty, voi pienryhmä esittää tai opettaa liikesarjansa muille ryhmille.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Variaationa harjoituksesta toimii kertotaulutanssi. Oppilaat keksivät pienryhmissä liikesarjan harjoiteltavalle kertotaululle. Kehonosan koskettamisen sijaan oppilaat keksivät kullekin kertotaulun vastaukselle tanssillisen liikkeen (pyörähdys, hyppy, käsien heilutus...). Kun liikesarja on keksitty, voi pienryhmä esittää tai opettaa liikesarjansa muille ryhmille.

**Eriyttäminen alaspäin:** Yksi ryhmä voi keksiä esimerkiksi kertotaulun vastausten alkupuolen (4, 8, 12, 16, 20) liikkeet, ja toinen ryhmä loppupuolen (24, 28, 32, 36, 40) liikkeet, jolloin muistettavaa ei ole niin paljon. Lopuksi ryhmät voidaan yhdistää.

## Sanalliset laskut liikunnallisesti

**Tavoitteet:** sanallisten tehtävien harjoittelu ja kertolaskun käsitteen vahvistaminen

**Ryhmän koko:** muutama oppilas kerrallaan

Opettaja valitsee luokan eteen esimerkiksi viisi oppilasta ja antaa sanallisen tehtävän. ”Viisi oppilasta hyppää kukin neljä kertaa. Kuinka monta hyppyä oppilaat hyppivät yhteensä?” Oppilaat hyppivät tehtävässä kerrotun määrän. Pohditaan yhteisesti, mikä kertolasku saadaan ( $5 \cdot 4 = 20$ ) ja kirjataan lasku näkyville. Toistetaan harjoitus useilla eri sanallisilla tehtävillä vaihdellen havainnollistavia oppilaita.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Oppilaat voivat keksiä sanallisia tehtäviä pienryhmässä toisilleen tai muille pienryhmille.

**Eriyttäminen alaspäin:** Sanallisia laskuja voidaan myös havainnollistaa esimerkiksi palikoiden avulla ennen liikkumista.

## Yhdeksän kertotaulu kehollisesti

**Tavoitteet:** opetellaan kätevä vinkki yhdeksän kertotaulun laskemiseen

**Ryhmän koko:** 10 oppilasta

Yhdeksän kertotaulun hauskaa laskutapaa voidaan havainnollistaa niin, että kymmenen oppilasta seisoo rivissä kasvot ”laskijaan” päin. Jos halutaan tietää, mikä on esimerkiksi laskun  $6 \cdot 9$  vastaus, kertojan mukaisesti rivin kuudes oppilas menee kyykkyyn. Kyykyssä olijan vasemmalle puolelle jää viisi oppilasta, mikä merkitsee viittä kymppiä. Kyykyssä olijan oikealle puolelle jää neljä oppilasta, mikä merkitsee neljää ykköstä. Vastaus on 54. Testataan tätä usealla tavalla. Aina kyykyssä olijan vasemmalla puolella seisovat ovat kymppejä ja oikealla puolella seisovat ykkösiä. Myöhemmin oppilaat voivat käyttää tätä tekniikkaa sormiensa avulla: esimerkiksi laskun  $3 \cdot 9$  voi tarkistaa laittamalla vasemman käden keskisormen koukkuun. Tällöin vasemmalle puolelle jää kaksi sormeaa ja oikealle puolelle seitsemän. Vastaus on 27.



## Tuplaus ja puolitus

**Tavoitteet:** kertotaulujen välisen yhteyden havaitseminen

**Tarvikkeet:** vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 20 oppilasta

Esimerkiksi kahden ja neljän kertotaulujen yhteyttä voidaan havainnollistaa niin, että puolelle oppilaista annetaan vastauskortit 2:n kertotaulusta ja puolelle vastauskortit 4:n kertotaulusta. Kummatkin ryhmät asettuvat suuruusjärjestykseen, kahteen riviin, ja kääntyvät seisomaan vastapäätä toisiaan. Tämän jälkeen katsotaan, miten vastapäätä oleva luku suhteutuu omaan lukuun. Todetaan, että neljän kertotaulun tulos (esim.  $2 \cdot 4 = 8$ ) on aina kaksinkertainen kahden kertotauluun nähden ( $2 \cdot 2 = 4$ ), ja kahden kertotaulun tulos (esim.  $2 \cdot 10 = 20$ ) on puolet neljän kertotaulun tuloksesta ( $4 \cdot 10 = 40$ ).

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Havainnollistetaan samaa myös esimerkiksi kolmen ja kuuden, neljän ja kahdeksan sekä viiden ja kymmenen kertotauluilla.

3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60

**Eriyttäminen ylöspäin:** Tuplauksen ja puolituksen lisäksi oppilaille voi antaa tehtäväksi miettiä, miten esimerkiksi yhdeksän kertotaulu rakentuu kolmen ja kuuden kertotauluista (esim.  $7 \cdot 9 = 7 \cdot 3 + 7 \cdot 6$ ). Näin voidaan tutustua osittelulakiin:  $7 \cdot 9 = 7 \cdot (3 + 6) = 7 \cdot 3 + 7 \cdot 6$ .

**Eriyttäminen alaspäin:** Tuplausta ja puolitusta kannattaa harjoitella myös konkreettisten välineiden, kuten palikoiden, avulla.

## Laskustrategiat haltuun

**Tavoitteet:** erilaisiin kertolaskujen laskustrategioihin tutustuminen

**Ryhmän koko:** n. 5–10 oppilasta kerrallaan

Harjoituksen pohjana toimii, että oppilaat ymmärtävät lukujen hajotelmat. Esimerkiksi luku 7 voi olla muun muassa  $5 + 2$ ,  $3 + 4$  tai  $1 + 6$ .

Tarkoitus on havainnollistaa, miten muita kertotauluja voi käyttää apuna kertolaskuja ratkaistaessa. Havainnollistetaan esimerkiksi kertolaskun  $6 \cdot 7$  laskemista. Oppilaista muodostetaan kuuden hengen ryhmä kertojan mukaan ja jokainen pitää esillä seitsemää sormea. Sormista muodostuu lasku  $6 \cdot 7$ . Otetaan avuksi viiden kertotaulu. Yksi oppilas lähtee pois, jolloin sormista muodostuu kertolasku  $5 \cdot 7$ . Viiden kertotaulu on useimmilla muistissa, ja se osataan ratkaista nopeasti. Tämän jälkeen kuudes oppilas eli ”seitsemän sormea” palaa takaisin ryhmään. Huomataan, että tästä syntyy yhteenlasku  $35 + 7 = 42$ , joka on alkuperäisen laskun ( $6 \cdot 7$ ) vastaus.

Havainnollistetaan esimerkiksi kertolaskun  $9 \cdot 6$  laskemista. Oppilaista muodostetaan yhdeksän hengen ryhmä kertojan mukaan ja pitävät esillä kuutta sormea. Todetaan, että sormista muodostuu lasku  $9 \cdot 6$ . Yhdeksän kertotaulu saattaa tuntua haasteelliselta, joten otetaan avuksi kymppin kertotaulu. Yksi oppilas tulee mukaan ryhmään, ja näin kertolasku on  $10 \cdot 6$ , jonka oppilaat osaavat helposti ratkaista. Tämän jälkeen yksi oppilas eli yksi ”kuusi sormea” lähtee ryhmästä pois. Huomataan, että tästä syntyy vähennyslasku  $60 - 6 = 54$ , joka on alkuperäisen laskun ( $9 \cdot 6$ ) vastaus.

Havainnollistetaan esimerkiksi kertolaskun  $4 \cdot 8$  laskemista. Oppilaista muodostetaan neljän hengen ryhmä kertojan mukaan ja jokainen pitää esillä kahdeksaa sormea. Sormista muodostuu lasku  $4 \cdot 8$ . Otetaan avuksi kahden kertotaulu ja tuplaaminen. Kaksi oppilasta lähtee pois, jolloin sormista muodostuu kertolasku  $2 \cdot 8$ . Kahden kertotaulu on useimmilla muistissa, ja se osataan ratkaista. Tämän jälkeen kaksi oppilasta palaa takaisin ryhmään. Huomataan, että tästä syntyy yhteenlasku  $16 + 16 = 32$  (tai kertolasku  $(2 \cdot 2 \cdot 8)$ ).

Oli laskustrategia mikä tahansa, sen voi havainnollistaa kehollisesti oppilaiden ja esimerkiksi juuri sormien avulla.

## 2. Liikettä lisämausteeksi

*Liikettä lisämausteeksi* -osion harjoitusten tarkoituksena on lisätä liikettä tavallisille oppitunneille. Liikunnalliset tuokiot aktivoivat oppilaita ja voivat parantaa keskittymistä tunneilla. Osion harjoitusten avulla harjoitellaan kertotauluja ja pyritään saavuttamaan sujuva kertolaskutaito sekä kertolaskujen automatisoituminen.

### Kertotaulukertaus

**Tavoitteet:** kertotaulujen harjoittelu ja automatisoituminen

**Tarvikkeet:** liikuntavälineitä, kuten hyppynaruja, palloja, hernepusseja

**Ryhmän koko:** sopii yhdelle oppilaalle, parille tai pienryhmille

Kertotaulukertausta tehdään liikuntavälineen avulla joko yksin, pareittain tai pienryhmissä. Harjoiteltavaa kertotaulua toistetaan ääneen (3, 6, 9, ...) esimerkiksi hyppynarulla hypittäessä, palloa heitellessä tai vaikka trampoliinilla pompittaessa. Pareittain tai ryhmissä voidaan esimerkiksi heitellä hernepusseja tai palloa kertotaulujen tahtiin. Jos hernepusseja tai palloa putoaa, voidaan sopia yhteinen tehtävä, esimerkiksi selällään käynti ja nousu ylös mahdollisimman nopeasti.

Liikunnallisen kertotaulukertauksen voi ottaa lyhyeksi rutiiniksi vaikkapa aina matematiikan tunnin alkuun, kun kertotaulujen harjoitteluun halutaan paljon toistoja. Liikunnallinen kertaus on myös hyvä piriste ja aktivointi esimerkiksi työkirjatyöskentelyn lomassa.



**Eriyttäminen ylöspäin:** Kertotaulukertausta voi tehdä myös takaperin (30, 27, 24, ...).

**Eriyttäminen alaspäin:** Kertotaulun vastauksia luetellessa vastauskortit voivat aluksi olla näkyvillä. Kortteja voidaan kääntää nurinpäin sitä mukaan, kun kertotaulut painuvat mieleen.

## Kertolaskuportaat

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen

**Tarvikkeet:** portaat, kertolaskukortit ja vastauskortit

**Ryhmän koko:** 2–4 oppilasta

Valitaan harjoiteltavaa kertotaulu ja laitetaan kertolaskukortit pinoon portaiden alle. Vastauskortit laitetaan portaille esimerkiksi suuruusjärjestyksessä (alaportaille pienet luvut). Yksi pelaajista on portaiden alapäässä, nostaa yhden kortin pinosta ja sanoo kertolaskun ääneen. Muut pelaajat liikkuvat portaalle, jossa oikea vastaus on. Tätä jatketaan, kunnes kaikki pinon kertolaskut on kysytty. Tämän jälkeen kortit sekoitetaan ja vaihdetaan kysyjää.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Kertotaulu- ja vastauskortit voidaan vaihtaa toisinpäin, jolloin pinosta otetaan vastauskortti ja portailla liikutaankin sitä vastaavan kertolaskun luokse.

**Eriyttäminen alaspäin:** Eriyttäminen onnistuu helposti antamalla parille tai ryhmälle aina heidän tasolleen sopivia kertolaskukortteja harjoitteluun.

## Kertotaulut piirissä

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen, tarkkaavaisuuden ja keskittymisen harjoittelu

**Tarvikkeet:** hernepussi tai pallo

**Ryhmän koko:** sopii kaikenkokoisille oppilasryhmille, n. 5–25 oppilasta

Valitaan kertotaulu, jota harjoitellaan. Oppilaat asettuvat seisomaan piiriin opettaja heittää jollekin piirissä olevalle hernepussin (tai pallon). Piirissä aloitetaan luettelemaan lukuja (1, 2, 3, ...) myötäpäivään heittäen samalla hernepussia eteenpäin. Kun tullaan lukuun, joka on harjoiteltavan kertotaulun vastaus, putoaa luvun sanonut oppilas pelistä pois ja istuu piirissä lattialle venyttelemään. (Venyttelyliikkeiksi sopivat esimerkiksi niska- ja hartiasseudun kevyet venytykset, eteenpäin taivutukset kohti jalkoja tai lattiaa sekä kylkien taivutukset.) Luettelu jatkuu edelleen myötäpäivään, kunnes lopulta piiriin jää enää yksi henkilö seisomaan. Jos harjoituksessa on paljon

osallistujia, voidaan aina kunkin kertotaulun ”loppuun” päästyä aloittaa luettelu alusta.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Kertotauluja voi jatkaa vielä pidemmälle (esim. kuuden kertotaulu jatkuu 66, 72, 78, ...). Luettelu voi tehdä myös takaperin.

**Eriyttäminen alaspäin:** Uutta kertotaulua harjoiteltaessa kertotaulun vastauskortit voivat olla näkyvillä esimerkiksi piirin keskellä.

## Kertolaskuliikkeet

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen

**Tarvikkeet:** numerokortit, mahdolliset liikuntavälineet

**Ryhmän koko:** 2 oppilasta

Oppilaat ovat pareittain. Kummallekin parista jaetaan numerokortit 1–10, jotka ovat sekaisin pakassa. Toinen parista valitsee jonkin liikkeen (esim. jokin hyppy, pallon pomputus, hyppynarulla hyppiminen...). Parit nostavat yhtä aikaa omasta numerokorttipakastaan kortin ja kertovat niiden luvut keskenään. Valittu liike tehdään niin monta kertaa, kuin lukujen tulo on. Tämän jälkeen toinen pari saa valita liikkeen, ja harjoitus toistetaan. Harjoitus sopii hyvin esimerkiksi lisätehtäväksi matematiikan tuntien lomassa.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Harjoitukseen voidaan lisätä kolmas numerokorttipakka, jolloin kertolaskut vaikeutuvat ja voidaan harjoitella kertolaskun liitännäisyyttä.

**Eriyttäminen alaspäin:** Numerokortit voidaan rajata esimerkiksi lukuihin 1–5.

## Kertolaskut seisten

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen, tarkkaavaisuuden ja keskittymisen harjoittelu

**Tarvikkeet:** opettajalle kertotauluruudukko (liite 4)

**Ryhmän koko:** sopii kaikenkokoisille oppilasryhmille, n. 5–25 oppilasta

Kaikki oppilaat seisovat. Valitaan harjoiteltavat kertotaulut (esim. 6–9). Opettaja pitää itsellään kertotauluruudukkoa ja alkaa käydä järjestyksessä yksi kerrallaan oppilaita läpi. Oppilaiden tehtävänä on omalla vuorollaan sanoa mikä tahansa kertolasku ja sen vastaus valitulta alueelta (esim.  $6 \cdot 6 = 36$ ). Opettaja merkkää ”käytetyn” laskun ruudukkoonsa. Opettaja siirtyy seuraavaan oppilaaseen, jonka tulee sanoa jokin muu lasku kuin joka edellä on sanottu. Laskuja ei saa luetella järjestyksessä ( $1 \cdot 6$ ,  $2 \cdot 6$ ,  $3 \cdot 6$  jne.). Näin jatketaan, kunnes joku oppilaista sanoo sellaisen kertolaskun, joka on jo sanottu. Tällöin hän putoaa pelistä, ja alkaa venytellä lattialla. (Venyttelyliikkeitä sopivat esimerkiksi niska- ja hartiasseudun kevyet venytykset, eteenpäin taivutukset kohti jalkoja tai lattiaa sekä kylkien taivutukset.) Pelissä täytyy siis keskittyä erittäin tarkasti kuuntelemaan ja muistamaan, mitä muut oppilaat ovat jo sanoneet. Pelistä putoaa myös, jos sanoo väärän vastauksen laskulle. Lopulta käy joko niin, että kaikki putoavat pelistä pois (viimeinen seisomaan jäänyt on voittaja), tai niin, että kaikki kertotaulut valitulta väliltä saadaan lueteltua.

**Vinkki:** Peli sopii hyvin myös esimerkiksi koko luokan yhteiseksi kisailuksi ja keskittymisharjoitukseksi. Voidaan ottaa esimerkiksi kaikki kertotaulut väliltä 1–10 ja katsoa, kuinka monta kertolaskua luokka ehtii luetella milläkin kerralla, ennen kuin kaikki ovat pudonneet pelistä pois.

## Kertolaskupomppu

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen, nopean reagoinnin ja tarkan kuuntelun harjoittelu

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit, vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Oppilaille jaetaan vastauskortit valitulta kertotaulualueelta. Oppilaat ovat kyykyssä piirissä. Opettajalla on vastauskortteja vastaavat kertolaskukortit. Opettaja alkaa sanoa nopealla tempolla korttien kertolaskuja. Se oppilas, jonka vastauskortissa on opettajan sanoman kertolaskun vastaus, pomppaa paikallaan ylös ja palaa kyykkyyn. Kun opettaja sanoo ”sekoitus!” vaihtavat oppilaat sekä paikkaa että vastauskortteja keskenään.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Oppilailla voi olla kädessään myös esimerkiksi kaski vastauskorttia, jolloin joutuu keskittymään vielä enemmän.

**Eriyttäminen alaspäin:** Oppilaat voidaan jakaa esimerkiksi kahteen piiriin tason mukaan, jolloin opettaja voi antaa kunkin ryhmän vastauskorteiksi ryhmän tasolle sopivia kortteja.

## Mikä lasku olen?

**Tavoitteet:** kertojan, kerrottavan ja tulon hahmottaminen, sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit, maalarinteippiä

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Oppilaiden selkään kiinnitetään yksi kertolaskukortti esimerkiksi maalarinteipillä. Omassa selässään olevaa laskua ei saa katsoa itse. Oppilaat lähtevät liikkumaan tilassa ja valitsevat parin itselleen. Tarkoituksena saada selville, mikä kertolasku omassa selässä on. Parit alkavat kysellä vuoron perään toisiltaan kysymyksiä, joihin toinen saa vastata ainoastaan kyllä tai ei. Opettaja ohjaa käyttämään oikeita käsitteitä, kuten kertoja, kerrottava ja tulo. Kysymyksiä voivat olla esimerkiksi ”onko kertojana pienempi luku kuin kuusi?”, ”onko kerrottavana luku viisi tai suurempi?” tai ”onko kertolaskun tulo suurempi kuin 50?”. Se pareista, kumpi saa selville oman laskunsa ensimmäisenä, saa lähteä hakemaan selkäänsä uutta korttia opettajalta. Se, kumpi ei vielä ratkaissut omaa laskuaan, etsii itsellensä uuden parin, jolloin kysely jatkuu. Peli jatkuu, kunnes kertolaskukortit loppuvat tai kunnes opettaja niin päättää.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Harjoitukseen voidaan lisätä kilpailullisuutta katsoamalla, kuka oppilaista saa selvitettyä eniten laskuja.

**Eriyttäminen alaspäin:** Opettaja voi antaa tarvittaessa oppilaille valmiita mallikysymyksiä, joiden avulla pelissä voi edetä.

## Muistipeli

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit, vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 3–6 oppilasta

Maahan asetetaan valitulta alueelta kertolaskukortteja ja vastauskortteja (esim. 6, 7 ja 8 kertotaulut). Oppilaat seisovat korttien ympärillä. Yksitellen oppilaat kyykistyvät ja kääntävät kaksi korttia näkyviin. Jos käännetyt kortit ovat pari (esim.  $6 \cdot 7$  ja 42), saa oppilas nostaa kortit itselleen ja lisäksi uuden vuoron. Oppilaan tulee osata itse laskea, ovatko nostetut kortit pari keskenään. Peli päättyy, kunnes kaikki kortit on kerätty. Eniten pareja kerännyt oppilas voittaa.

**Eriyttäminen:** Oppilaat voidaan jakaa eri peleihin tason mukaan, jolloin opettaja voi antaa muistipelikorteiksi pelaajille sopivia kertotauluja, jotta peli onnistuu.

## Ristinolla

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen

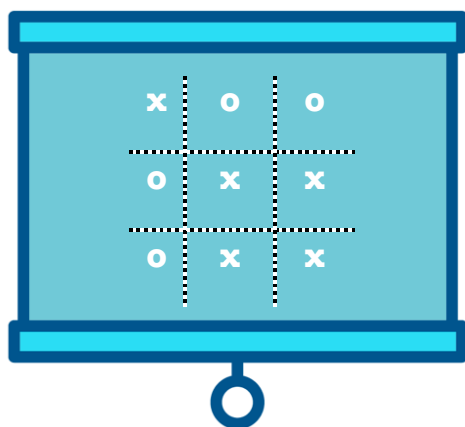
**Tarvikkeet:** liitutaulu tai vastaava, kertolaskukortit tai vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 6–10 oppilasta

Oppilaat jaetaan kahteen joukkueeseen, toisen joukkueen tunnuksena on X ja toisen O. Taululle piirretään 3x3- tai 4x4-kokoinen ruudukko. Jokaiseen ruutuun laitetaan yksi kertolaskukortti harjoiteltavalta alueelta. Joukkueet asettuvat kahteen jonoon. Peli alkaa. Vuorotellen jonoista lähtee yksi oppilas kerrallaan taululle ja valitsee yhden kertolaskun, jonka vastauksen kertoo opettajalle. Jos vastaus on oikein, oppilas saa ottaa kertolaskukortin pois ja kirjoittaa sen tilalle joko X:n tai O:n. Tämän jälkeen vuoro vaihtuu toiselle joukkueelle. Oppilaita kannattaa ohjata myös taktikoimaan ja pohtimaan yhdessä oman joukkueen kesken, mihin kertolaskuun kannattaa milloinkin



vastata. Peli päättyy, kun jompikumpi joukkueista saa suoran joko pystyyn, vaakaan tai vinottain.



Peliin voidaan lisätä myös enemmän liikettä. Sillä aikaa, kun toisesta joukkueesta siirrytään taululle laskemaan, tekee toinen joukkue liikuntasuorituksen. X-joukkueen tulee tehdä X-hyppyjä sovittu määrä, ja O-joukkueen kyykystä ylös -hyppyjä.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Peli voidaan pelata myös niin, että ruudukossa on kertolaskun sijaan vastaus, ja oppilaan täytyy kertoa opettajalle, minkä kertolaskun vastaus on kyseessä. Tässä voi olla useita vaihtoehtoja.

**Eriyttäminen alaspäin:** Muu joukkue voi niin sovittaessa auttaa taululla olevaa oppilasta, jos hän ei muista tietyn kertolaskun vastausta.

## Lukujonoläpsy

**Tavoitteet:** sujuvan lukujono- ja kertolaskutaidon saavuttaminen, tarkkaavaisuuden ja keskittymisen harjoittelu

**Ryhmän koko:** n. 6–10 oppilasta

Oppilaat menevät istumaan piirin polvilleen, käsivarret lomittain maassa (omien käsien välissä on kummankin vierustoverin käsi, vasen käsi aina päällimmäisenä). Piirissä aletaan luetella lukujonoa (1, 2, 3, ...) myötäpäivään läpsäisten samalla kädellä maata. Jos luvun sanoessaan läpsäyttää kaksi kertaa, piirissä suunta vaihtuu, jolloin lukujakin luetellaan takaperin (10, 9, 8, ...). Takaperin lueteltaessa nollan kohdalla läpsäistään kahdesti, jolloin suunta vaihtuu jälleen myötäpäivään.

Jos unohtaa läpsäistä omalla vuorollaan, läpsäyttää väärään aikaan, sanoo vuorollaan väärän luvun tai tekee muun virheen, putoaa ”virheen tehnyt

käsi” pois pelistä. Tällöin oppilaan toinen käsi voi jatkaa pelissä. Aina, kun jonkun käsi putoaa pelistä pois, alkaa luettelu alusta.

Kun pelin idea on kaikille selvä, lukujonoläpseyä voidaan pelata tietyn kertotaulun vastauksilla, esimerkiksi luettelemalla lukuja 3, 6, 9, 12 ja niin edelleen.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Pelin sujuessa voidaan lisätä vielä yksi sääntö: Jos luvun sanoessaan läpsäyttää kolme kertaa, hypätään seuraavan käden yli, eli jätetään yksi välistä. Jos esimerkiksi kahden kertotauluja luettellessa luvun 8 sanoja läpsäyttää kolmesti, hypätään luvun 10 yli ja jatketaan luvusta 12. (6, 8, [10], 12, ...).

**Eriyttäminen alaspäin:** Peliä voidaan tarvittaessa helpottaa harjoitteluvaiheessa niin, että kultakin oppilaalta on vain yksi käsi pelissä mukana, ilman ristikkäisiä käsiä. Näin pelin idea tulee ensin paremmin selville, ja myöhemmin lisätä kaksi kättä.

## Vauhtia vastauksiin

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen

**Tarvikkeet:** vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 2–4 oppilasta

Oppilaat jaetaan pareihin tai pienryhmiin. Harjoitus toimii hyvin esimerkiksi lisätehtävänä matematiikan tunneilla. Ryhmälle tai parille annetaan vastauskortit tietystä kertotaulusta, ja ne asetellaan maahan esim. käytävälle. Yksi oppilaista sanoo nopeaan tahtiin kertolaskuja sovitusta kertotaulusta ja parin tai muiden ryhmäläisten tehtävänä on liikkua mahdollisimman nopeasti kyseisen kertolaskun vastauksen luokse. Jos tehtävää tehdään pareittain, toinen parista voi tehdä oikean vastauksen päälle esimerkiksi tasajalkahypyn.

Harjoitus voidaan tehdä myös niin, että vastauskortit on kiinnitetty magneeteilla esimerkiksi liitutaululle, ja kertolaskun kuullessaan oppilaiden tehtävänä on läpsäistä oikeaa vastausta mahdollisimman nopeasti.

**Eriyttäminen:** Oppilaat voidaan jakaa pienryhmiin tason mukaan, jolloin opettaja voi antaa kunkin ryhmän vastauskorteiksi ryhmän tasolle sopivia kortteja.

## Kertolaskujen etsintä

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon ylläpitäminen, tarkkaavaisuus ja mieleen painaminen

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit, kynä ja vihko oppilaille

**Ryhmän koko:** sopii kaikenkokoisille oppilasryhmille

Valitulta alueelta olevat kertolaskukortit on asetettu ympäriinsä tilaan niin, etteivät ne ole helposti näkyvillä, vaan niiden näkeminen vaatii esimerkiksi kiipeämistä, kumartumista, ryömimistä tai hyppäämistä. Oppilaat asettavat oman kynänsä ja matematiikan vihkonsa omalle pulpetilleen tai valitsemaansa paikkaan tilassa. Opettajan merkistä oppilaat lähtevät "etsimään" kertolaskuja, eli liikkuvat jonkin kertolaskun luokse, painavat sen mieleensä ja palaavat oman paperinsa luokse, johon kirjoittavat löytämänsä kertolaskun ja sen vastauksen paperilleen. Opettaja ottaa aikaa esimerkiksi 3 minuuttia, jonka jälkeen katsotaan, kuinka monta kertolaskua kukin on ehtinyt etsiä ja laskea.

Peliä voidaan pelata myös esimerkiksi kokonaisen matematiikan tunnin ajan niin, että esimerkiksi aina kolme kirjan tehtävää laskettuaan oppilas saa käydä etsimässä yhden kertolaskun. Tämän jälkeen palataan kirjan tehtävien pariin, kunnes sovittu määrä tehtäviä on laskettu, ja oppilas saa lähteä etsimään kertolaskuja. Tämä rytmittää kirjatyoäskentelyä, antaa oppilaille motivaatiota työskennellä tehtävien parissa ja katkaisee istumista sopivan ajan välein.

## Tarkkuustulot

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen, nopea reagointi

**Tarvikkeet:** vastauskortit, hernepussit

**Ryhmän koko:** n. 5–10 oppilasta

Maahan asetetaan valitulta alueelta vastauskortteja, joissa on kertolaskujen tuloja. Tässä voidaan hyödyntää mahdollisia jo olemassa olevia painatuksia esim. koulun pihalla tai liikuntasalissa, tai esimerkiksi ulkoliituja. Oppilaille jaetaan hernepussit ja osallistujat sijoittuvat tulojen ympärille. Opettaja tai joku oppilaista sanoo yhden kertolaskun, jonka vastaus on maassa. Oppilaat heittävät laskun kuultuaan hernepussinsa mahdollisimman nopeasti oikean tulon päälle. Alimmaisen, oikeassa tulossa olevan hernepussin heittäjä saa pisteen.

Hernepussin heiton sijaan voidaan myös tehdä esimerkiksi tasajalkahyppy oikean tulon päälle. Tällöin voi olla hyvä hypätä yksi kerrallaan. Kierros voi jatkua niin, että hyppääjä palaa takaisin tulojen ympärille ja sanoo seuraavan laskun. Hyppääjä on esimerkiksi aina myötäpäivään seuraava.

**Eriyttäminen:** Maahan voidaan valikoida osallistujista riippuen eri kertotaulujen tuloja, helppoja tai vaikeampia. Samanaikaisesti voidaan jakautua useampaan peliin kerrallaan.

## Kertolaskubattle

**Tavoitteet:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen, nopea reagointi

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit

**Ryhmän koko:** n. 10–25 oppilasta

Oppilaille jaetaan yksi kertolaskukortti valitulta kertotaulualueelta (esim. kertotaulut 6–9). Loput kertolaskukortit ovat kasassa sovitussa paikassa. Oppilaat liikkuvat vapaasti tilassa pitäen omaa kertolaskuaan piilossa muilta pelaajilta. Kahden oppilaan kohdatessa otetaan kertolaskubattle, eli tais-telu. Oppilaat sanovat ”n-y-t NYT!” ja näyttävät yhtä aikaa korttinsa toisil-leen. Nopeammin vastapelaajan kertolaskun vastauksen sanonut voittaa battlen, ja hän saa parinsa kortin itselleen. Kortin menettänyt oppilas hakee uuden kortin kasasta, ja voi jälleen jatkaa peliä. Battlen voittanut voi jatkaa suoraan peliä ja liikkua seuraavan pelaajan luokse. Battle-tilanteessa, jossa

oppilaalla on useampi kuin yksi kortti, arpoo hän yhden, jonka näyttää vastapelaajalle. Pelin tarkoituksena on kerätä mahdollisimman monta kertolaskukorttia itselleen. Kädessä tulee olla koko ajan vähintään yksi kortti. Uutta korttia ei siis haeta tilanteessa, jossa esimerkiksi kolmea kertolaskukorttia pitävä oppilas häviää battlen. Peli loppuu, kun kaikki kortit ovat loppuneet kasasta, ja ovat siis oppilailla kädessä. Pelin voittaa oppilas, jolla on kädessään eniten kortteja.

**Eriyttäminen:** Oppilasryhmän voi jakaa useampaan peliin samanaikaisesti oppilaiden tason ja harjoiteltavien kertotaulujen mukaan. Oppilaat voi jakaa eri peleihin myös ”kilpailuhenkisyiden” perusteella.

## + Kertotaulut esille

Kertotauluja kannattaa tuoda esille harjoitteluvaiheessa runsaasti. Jo kertolaskujen näkeminen voi auttaa niiden mieleen painamisessa, mutta oppiminen tehostuu, kun mukaan ottaa myös esimerkiksi liikettä. Kertotauluja voi laittaa esille esimerkiksi lattiateippausten muodossa portaisiin, jolloin kertotauluja pitkin voi esimerkiksi hyppiä aina portaita kulkiessaan. Käytävälle voi olla teipattuna erilaisia lukujonoja, jolloin niitä pitkin voi liikkua käytävillä kulkiessaan.

Oppilaat voivat tehdä myös kertotaulukäsiä. Oman käden ääri viivat piirretään paperille, piirretty käsi leikataan irti ja siihen kirjoitetaan tietyn kertotaulun ensimmäinen luku, esimerkiksi 3. Seuraavaan käteen kirjoitetaan luku 6, seuraavaan 9 ja niin edelleen. Kertotaulukädet voidaan teipata esimerkiksi käytävälle tai portaikkoon järjestykseen, jolloin niille voi antaa ”high fiven” aina ohi kulkiessaan.



Oppilaat voivat piirtää mahdollisuuksien mukaan koulun pihalle ulkolii-  
duilla asfalttiin lukuja (esim. 6, 12, 18, ...). Lukuja pitkin voidaan esimerkiksi hyppiä tai niitä voidaan käyttää muissa leikeissä ja harjoituksissa.

## + Lisävinkkejä liikunnallistamiseen

Oppilaiden tulisi välttää yhtäjaksoista istumista koulupäivän aikana. Koulupäivää saa liikunnallistettua ja istumista katkaistua varsinaisten aktiivisten harjoitteiden avulla myös pienillä teoilla. Useiden tutkimusten mukaan lyhyetkin liikuntasuoritukset oppituntien lomassa voivat parantaa oppilaiden keskittymistä ja näin lisätä lasten oppimisvalmiuksia ja tehdä opiskelusta sujuvampaa.

- Matematiikan laskujen tarkistuspiste voi olla esimerkiksi pienen temppuradan takana. Tähän toimii esimerkiksi maassa oleva ruutuhyppelyruudukko, ”nuorallakävely” maassa olevaa hyppynarua pitkin, hyppiminen hulavanteesta toiseen, tai vaikkapa tuolin alta ryöminen. Tehtäviä voi käydä tarkistamassa tiheäänkin, ei vain kerran tunnin aikana.
- Kun opettaja antaa puheenvuoron oppilaalle, voi oppilas nousta vastatessaan seisomaan ja opettaja heittää hernelpussin tai pallon vastajalle.
- Liikuntavälineitä kannattaa olla esillä luokassa. Opettaja voi antaa kullekin oppilaalle vuorollaan tai vaikka pareittain koulupäivän aikana ”liikuntatauon” esimerkiksi parin minuutin ajaksi, jolloin voi esimerkiksi hyppiä hyppynarua tai suorittaa pienen liikuntaradan.
- Oppilaat voivat luokan mahdollisuuksien rajoissa tehdä tehtäviä välillä myös seisten, esimerkiksi ikkunalautaa vasten.
- Oppilaat voivat myös itse keksiä vuorollaan ”päivän taukojumpan” esimerkiksi pareittain tai pienissä ryhmissä.

### 3. Taitoja kartuttamaan

*Taitoja kartuttamaan* -osion harjoituksissa harjoitellaan kertolaskujen lisäksi myös liikunnan taitoja. Voit varioida liikkumistapoja oman mielesi mukaan sekä antaa oppilaiden keksiä uusia tapoja liikkua. Pidä liikkumistaitojen lisäksi mielessä myös välineenkäsittelytaidot sekä tasapainotaidot. Liikunnan taidot voivat kehittyä harjoitusten avulla kuin huomaamatta!

#### Koodin selvitys

**Matematiikan tavoite:** kertolaskujen nopea mieleen palauttaminen, automatisoituminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, liikkumistaitojen kehittyminen, nopeuden ja ketteryyden harjoittelu

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit tai laskut kirjoitettuna paperille, kyniä ja paperia

**Ryhmän koko:** n. 10–25 oppilasta

Oppilaat jaetaan kahteen tai kolmeen joukkueeseen. Joukkueet asettuvat jonoon esim. käytävälle tai liikuntasaliin, ja jokaisen jonon vieressä on kynä ja paperia. Jonkin matkan päähän asetetaan kullekin joukkueelle oma kertolaskukorteista koostuva koodi (esim. 10 kertolaskua tietyssä järjestyksessä), joka joukkueen tulee ratkaista. Joukkueiden koodit voivat olla erilaisia, jolloin kiusausta lunttaukseen ei tule. Peli alkaa. Jokaisesta joukkueesta jonon ensimmäinen juoksee ratkaistavan koodin luokse ja ratkaisee jonkin osan koodista – yleensä ensimmäisen kertolaskun. Oppilas painaa oikean vastauksen mieleensä, juoksee takaisin oman joukkueensa luokse, kirjaa ensimmäisen laskun vastauksen paperille ja siirtyy jonon viimeiseksi. Seuraava jonosta saa lähteä matkaan, kun ensimmäinen on kirjoittanut vastauksensa ylös. Jos oppilas ei osaa ratkaista järjestyksessä seuraavaa kertolaskua, voi hän ratkaista myös jonkin toisen laskun ja kirjoittaa sen vastauksen joukkueen paperille – tällöin tämä pitää muistaa ilmaista selkeästi omalle joukkueelle. Peli jatkuu, kunnes koko koodi on ratkaistu. Lopussa tarkistetaan koodit – onko laskut laskettu oikein, ja ovatko vastaukset samassa järjestyksessä kuin koodissa.

Pelkän juoksemisen sijaan oppilaat voivat myös kulkea koodin luokse esimerkiksi temppuradan läpi, jossa voi olla esimerkiksi hyppelyä, tasapainoilua ja ryökimistä. Koodin voi myös asettaa esimerkiksi puolapuiden yläpuolelle, jolloin oppilas joutuu kiipeämään nähdäkseen koodin.

**Eriyttäminen:** Oppilaat voidaan jakaa joukkueisiin tason mukaan, jolloin opettaja voi asettaa joukkueen koodiksi kullekin joukkueelle sopivan tasoiset laskut.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Taitavien oppilaiden kanssa ratkaistava koodi voi myös olla hyvinkin pitkä, jolloin oppilas saa painaa mieleen useamman kertolaskun vastauksen kerrallaan. Tällöin tarvitaan erityisiä ryhmätyötaitoja, kun jokaisen pitää painaa mieleen, kuinka monta laskua edellä olevat ovat jo ratkaisseet!

## Oikean tulon etsintä

**Matematiikan tavoite:** kertotaulujen nopea mieleen palauttaminen, automatisoituminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, liikkumistaitojen kehittyminen, nopeuden ja ketteryyden harjoittelu

**Tarvikkeet:** vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 10–25 oppilasta

Oppilaat jaetaan kahteen tai kolmeen joukkueeseen, joille jokaiselle annetaan ”oma” kertotaulu (esimerkiksi kuuden kertotaulu). Joukkueet asettuvat jonoon esim. käytävälle tai liikuntasaliin. Jonkin matkan päähän asetetaan vastauskortteja nurinpäin lattialle. Vastauskorttien vastausten tulee olla joukkueille jaetuista kertotauluista. Peli alkaa. Jokaisesta joukkueesta jonon ensimmäinen liikkuu sovitulla liikkumistavalla (kuten juosten, hyppien, rapukävellen) vastauskorttien luokse ja kääntää yhden oikeinpäin. Jos luku kuuluu joukkueen oman kertotaulun vastauksiin, saa kortin ottaa mukaansa ja viedä omalle joukkueelleen sovittua liikkumistapaa käyttäen. Jos luku ei kuulu omaan kertotauluun, käännetään kortti takaisin nurinpäin ja palataan jonon viimeiseksi. Seuraava jonosta saa lähteä, kun edellinen on palannut



takaisin jonoon. Peli jatkuu, kunnes kaikki kortit on kerätty joukkueille. Lopuksi tarkistetaan, kuuluvatko kaikki joukkueen hakemat kortit varmasti omaan kertotauluun. Huomioi, että osa vastauksista kuuluu useampaan kertotauluun. Tällä ei ole pelin kulun kannalta merkitystä.

**Eriyttäminen:** Oppilaat voidaan jakaa joukkueisiin tason mukaan, jolloin opettaja voi antaa joukkueen ”omaksi” kertotauluksi joko helpomman tai vaikeamman kertotaulun.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Joukkueille voi myös jakaa useamman kertotaulun kerrallaan (esim. kolmen ja seitsemän kertotaulut).

## Kertolaskut vanteisiin

**Matematiikan tavoite:** kertolaskujen soveltaminen, ongelmanratkaisutaitojen kehittyminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, motoristen taitojen kehittyminen valittavien tehtävien mukaan

**Tarvikkeet:** hulavanteita, musiikintoistovälineet

**Ryhmän koko:** n. 15–25 oppilasta



Liikuntasaliin asetetaan hulavanteita noin 5–10 kpl oppilaiden määrästä riippuen. Musiikin soidessa opettaja antaa oppilaille jonkin tehtävän, kuten tavan liikkua (esimerkiksi hyppien, liikkuminen mahdollisimman matalalla, kierien), puolapuissa kiipeilyn, vatsalihasliikkeiden tekemisen, pallon heittelyn tai minkä vain harjoiteltavan taidon. Opettaja pysäyttää musiikin sopivan ajan kuluttua. Kun musiikki loppuu, opettaja sanoo jonkin kertolaskun ja ruumiinosan, esimerkiksi  $3 \cdot 6$  sormea,  $2 \cdot 2$  jalkaa tai  $4 \cdot 2$  kättä. Oppilaiden tulee juosta vanteille ja laittaa opettajan ohjeen mukaan vanteiden sisään oikea määrä sormia, jalkoja tai mitä opettaja on sanonutkaan. Nopeimmin oikean määrän esimerkiksi käsiä vanteen sisään saanut ryhmä voittaa kierroksen. Uudella kierroksella voidaan varioida harjoiteltavaa liikuntataittoa musiikin soidessa.

Opettajan kannattaa yrittää valita laskuja, jotka ovat oppilaiden määrän kannalta järkeviä. Jos joku oppilaista jää kuitenkin jollain kierroksella ilman

vannetta, ei se ole vakavaa. Tällöin kyseinen oppilas voi toimia esimerkiksi tuomarina ja tarkistaa, että vanteissa on oikea määrä esimerkiksi käsiä.

## Kertolaskuhippa

**Matematiikan tavoite:** sujuvan kertolaskutaidon ylläpitäminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, motoristen taitojen kehittyminen valittavien tehtävien mukaan

**Tarvikkeet:** tehtäväkortit, kertolaskukortteja

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Tilaan asetetaan 4 tehtäväpistettä, jotka koostuvat tehtäväkortista sekä kertolaskukortista (tehtäväkorttivalikoima liitteessä 5). Valitaan hippa. Leikkijät lähtevät hippaa karkuun sovitulla liikkumistavalla (harjoitellaan erilaisia liikkumistaitoja: juosten, takaperin, laukaten, varpaillaan, hyppien, rapukävellen jne.). Kun hippa saa liikkujan kiinni, menee kiinnijäänyt jollekin tehtäväpisteistä ja suorittaa pisteellä vaaditun tehtävän (esim.  $3 \cdot 4$  X-hyppyä). Tämän jälkeen saa palata takaisin peliin. Hippa vaihtuu opettajan merkistä.

**Eriyttäminen:** Tehtäväpisteillä voi olla useampi tehtävävaihtoehto oppilaiden taitotason mukaan.

## Kertolaskuparit

**Matematiikan tavoite:** sujuvan kertolaskutaidon ylläpitäminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, motoristen taitojen kehittyminen valittavien harjoitusten mukaan

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit ja vastauskortit, tehtäväkortit, tarvittavat liikuntavälineet

**Ryhmän koko:** n. 10–20 oppilasta

Tilaan asetetaan erilaisia liikuntapisteitä esimerkiksi tehtäväkorttien avulla. Kaikille oppilaille jaetaan joko kertolaskukortti tai vastauskortti. Opettaja valitsee kortit etukäteen, sekoittaa ne, ja jakaa oppilaille. Pelaajia tulisi olla

parillinen määrä, jotta jokaiselle kertolaskukortille on pelissä myös vastauskortti. Oppilaat alkavat liikkua tilassa vapaasti, mutta puhumatta. Tarkoituksena on löytää ”pari” itselleen (esim. kortti 6 • 5 ja kortti 30). Kun oppilaat kohtaavat toisensa, he näyttävät omat korttinsa toisilleen. Jos kortit eivät ole kertolaskupareja, jatkavat oppilaat liikkumista. Kun oma pari löytyy, menee pari yhdessä valitsemalleen liikuntapisteelle ja suorittaa siellä harjoiteltavan liikuntaharjoituksen **yhteensä** niin monta kertaa, kuin heidän kertolaskunsa vastaus on. Kun kaikille on löytynyt pari, voidaan kortit sekoittaa uudelleen ja toistaa harjoitus.

**Eriyttäminen:** Liikuntapisteillä voi olla useampi tehtävävaihtoehto oppilaiden taitotason mukaan.

## Kertolaskupisteet

**Matematiikan tavoite:** sujuvan kertolaskutaidon ylläpitäminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, motoristen taitojen kehittyminen valittavien harjoitusten mukaan

**Tarvikkeet:** tehtäväkortit, nopat, tarvittavat liikuntavälineet

**Ryhmän koko:** n. 15–25 oppilasta, toimitaan pareittain tai pienryhmissä

Oppilaat jaetaan pareihin tai pienryhmiin. Tilaan valmistellaan tehtäväpisteitä, joilla oppilaat kiertävät sovitussa järjestyksessä. Jokaisella pisteellä on kaksi noppaa, mahdollinen pisteellä tarvittava liikuntaväline sekä tehtäväkortti, jossa kerrotaan harjoiteltava liike (esim. pallon pomputus). Nopat heitetään ja silmäluvut kerrotaan keskenään. Jokainen ryhmän jäsen tekee liikettä tulon mukaisen määrän. Nopan silmälukujen tulon eli liikkeiden määrän voi myös jakaa osallistujien kesken, jolloin harjoitellaan myös jakolaskua.

**Vinkki:** Pisteeltä toiselle voidaan siirtyä joko opettajan merkistä tai omaan tahtiin. Liikuntasalissa pistetyöskentelyyn voi ottaa myös pienen kilpailun, jossa kisaillaan, mikä ryhmistä on käynyt kaikilla pisteillä ja suorittanut vaadittavat liikkeet ensimmäisenä.

## Kertotaulukoppi

**Matematiikan tavoite:** sujuvan kertolaskutaidon saavuttaminen ja kertolaskujen automatisoituminen, nopea reagointi

**Liikunnan tavoite:** välineenkäsittelytaidot; pallon syöttäminen ja kiinniottaminen

**Tarvikkeet:** pallo

**Ryhmän koko:** n. 10 oppilasta tai 2 oppilasta parina



Valitaan kertotaulu tai kertotaulut, joita harjoitellaan. Yhdelle oppilaalle annetaan pallo, muut liikkuvat tilassa vapaasti. Voidaan sopia, että pelaajien täytyy pysyä koko ajan liikkeessä. Peli alkaa. Pallon haltija kysyy jonkin kertolaskun ja syöttää pallon sovitulla tavalla jollekin toiselle oppilaalle. Kiinniottajan tulee sanoa oikea vastaus pallon kiinni saadessaan. Jos vastaus on oikea, hän jatkaa peliä keksimällä uuden kertolaskun ja syöttämällä pallon eteenpäin. Jos pallo putoaa, tai vastaus on väärä, kaikkien tulee käydä selällään ja nousta takaisin ylös, minkä jälkeen peli jatkuu. Pelin on tarkoitus edetä ripeästi, eikä kysyjä saa jäädä miettimään liian pitkäksi aikaa, kenelle pallon heittää. Tarkoituksena on, että kaikki osallistujat saavat pelin aikana usean kosketuksen palloon. Välillä opettaja voi laittaa pelin poikki ja vaihtaa harjoiteltavaa kertotaulua.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Pelistä voi tehdä vielä nopeatempoisemman – kertolaskun vastaus tulee sanoa välittömästi. ”Virheen” tehdessään oppilas tekee jonkin ylimääräisen liikuntasuorituksen, minkä jälkeen pääsee takaisin peliin mukaan.

**Eriyttäminen alaspäin:** Kertolaskukoppia voidaan pelata myös pareittain, jolloin pelitilanne ei ole niin intensiivinen. Tällöin toinen on aina kysyjä, ja toinen vastaaja. Kysyjä heittää pallon ja sanoo kertolaskun ääneen, toinen heittää pallon takaisin sanoen samalla oikean vastauksen. Rooleja vaihdetaan esimerkiksi viiden kertolaskun jälkeen.

## Kertolaskuviesti

**Matematiikan tavoite:** kertotaulujen nopea mieleen palauttaminen, automatisoituminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, liikkumistaitojen kehittyminen, nopeuden ja ketteryyden harjoittelu

**Tarvikkeet:** kertolaskukortit, vastauskortit

**Ryhmän koko:** n. 10–25 oppilasta

Oppilaat jaetaan kahteen tai kolmeen joukkueeseen. Joukkueet asettuvat jonoon. Kullekin joukkueelle jaetaan esimerkiksi kymmenen vastauskorttia valitulta alueelta. Vastauskortteja vastaavat kertolaskukortit on asetettu jonkin matkan päähän maahan lukupuoli ylöspäin. Kunkin joukkueen tehtävänä on hakea joukkueelle kuuluvat kertolaskut oman joukkueensa luokse. Viesti alkaa. Jokaisen jonon ensimmäinen oppilas katsoo oman joukkueensa vastauskortteja ja painaa niistä mieleensä ainakin yhden. Oppilas lähtee kohti kertolaskukortteja sovitulla liikkumistavalla, kuten yhdellä jalalla hyppien, loikkien, karhukävellen tai vaikkapa palloa kuljettaen. Kun oppilas saapuu kertolaskukorttien luokse, hän valitsee oman joukkueen jotakin vastauskorttia vastaavaan kertolaskun ja kuljettaa sen sovitulla liikkumistavalla joukkueensa luokse. Joukkue tarkistaa yhdessä, onko vastauskortti ja kertolaskukortti toisiaan vastaavat. Jos näin on, jonon seuraava oppilas saa lähteä matkaan. Jos mukaan on tarttunut väärä kertolaskukortti, vie oppilas sen sovitulla liikkumistavalla takaisin ennen kuin on seuraavan oppilaan vuoro. Ensimmäinen joukkue, joka on löytänyt parin kaikille vastauskorteilleen, voittaa.

**Eriyttäminen:** Oppilaat voidaan jakaa joukkueisiin tason mukaan, jolloin opettaja voi antaa kunkin joukkueen vastauskorteiksi joukkueen tasolle sopivia kortteja.

## 7 – 8 – 9

**Matematiikan tavoite:** kertotaulujen nopea mieleen palauttaminen, automatisoituminen

**Liikunnan tavoite:** fyysisen aktiivisuuden kasvaminen, nopeuden ja ketteryyden harjoittelu, nopea reagointi

**Ryhmän koko:** sopii kaikenkokoisille oppilasryhmille, n. 5–25 oppilasta

Peli toimii kuten maa–meri–laiva. Liikuntasaliin merkitään kolme aluetta (esim. kolme viivaa lattiassa eri puolilla salia), joista yksi merkitsee 7:n kertotaulua, toinen 8:n ja kolmas 9:n. Peli alkaa. Opettaja sanoo yhden kertotaulun vastauksen (esim. 49) ja oppilaiden tulee juosta (tai liikkua sovitulla liikkumistavalla) sinne kertotaulualueelle tai -viivalle, johon opettajan huutama vastaus kuuluu. Osa vastauksista voi kuulua kahteen alueeseen (esim. 56, 63) – tällöin on kaksi vaihtoehtoa, joihin liikkua. Oikealle alueelle päästyään opettaja voi vielä kysyä oppilailta, minkä laskun vastaus kyseinen luku oli.

**Eriyttäminen ylöspäin:** Pelistä voidaan tehdä kilpailullisempi – esimerkiksi ”virheen” tehdessään oppilas tekee jonkin ylimääräisen liikuntasuorituksen, minkä jälkeen pääsee takaisin peliin mukaan.

**Eriyttäminen alaspäin:** Peliä voidaan pelata myös esimerkiksi 3:n, 4:n ja 5:n kertotauluilla.

# Lähteet

Alakoulun aarreaitta. Facebook-ryhmä.

Kertolaskuja liikunnallisesti. Pinterest-kansio. Saatavilla <https://fi.pinterest.com/marjukkalukkaro/kertolaskuja-liikunnallisesti/>.

Liikkuva koulu ja toiminnallinen opetus. Facebook-ryhmä.

Tuhattaituri-opettajanoppaat 1–3. Otava.

Kiitos tutkimukseen osallistuneille opettajille vinkeistänne, ideoistanne ja palautteestanne.

# Liitteet

Liite 1.

## Kertolaskukortit

$$0 \cdot 1$$

$$3 \cdot 1$$

$$1 \cdot 1$$

$$4 \cdot 1$$

$$2 \cdot 1$$

$$5 \cdot 1$$



$$6 \cdot 1$$

$$10 \cdot 1$$

$$7 \cdot 1$$

$$0 \cdot 2$$

$$8 \cdot 1$$

$$1 \cdot 2$$

$$9 \cdot 1$$

$$2 \cdot 2$$

$$3 \cdot 2$$

$$7 \cdot 2$$

$$4 \cdot 2$$

$$8 \cdot 2$$

$$5 \cdot 2$$

$$9 \cdot 2$$

$$6 \cdot 2$$

$$10 \cdot 2$$

$$0 \cdot 3$$

$$4 \cdot 3$$

$$1 \cdot 3$$

$$5 \cdot 3$$

$$2 \cdot 3$$

$$6 \cdot 3$$

$$3 \cdot 3$$

$$7 \cdot 3$$

$$8 \cdot 3$$

$$1 \cdot 4$$

$$9 \cdot 3$$

$$2 \cdot 4$$

$$10 \cdot 3$$

$$3 \cdot 4$$

$$0 \cdot 4$$

$$4 \cdot 4$$

$$5 \cdot 4$$

$$9 \cdot 4$$

$$6 \cdot 4$$

$$10 \cdot 4$$

$$7 \cdot 4$$

$$0 \cdot 5$$

$$8 \cdot 4$$

$$1 \cdot 5$$

$$2 \cdot 5$$

$$6 \cdot 5$$

$$3 \cdot 5$$

$$7 \cdot 5$$

$$4 \cdot 5$$

$$8 \cdot 5$$

$$5 \cdot 5$$

$$9 \cdot 5$$

$10 \cdot 5$

$3 \cdot 6$

$0 \cdot 6$

$4 \cdot 6$

$1 \cdot 6$

$5 \cdot 6$

$2 \cdot 6$

$6. \cdot 6.$

$$7 \cdot 6$$

$$0 \cdot 7$$

$$8 \cdot 6.$$

$$1 \cdot 7$$

$$9. \cdot 6.$$

$$2 \cdot 7$$

$$10 \cdot 6$$

$$3 \cdot 7$$



$4 \cdot 7$

$8 \cdot 7$

$5 \cdot 7$

$9 \cdot 7$

$6 \cdot 7$

$10 \cdot 7$

$7 \cdot 7$

$0 \cdot 8$

$1 \cdot 8$

$5 \cdot 8$

$2 \cdot 8$

$6 \cdot 8$

$3 \cdot 8$

$7 \cdot 8$

$4 \cdot 8$

$8 \cdot 8$

$$9. \cdot 8$$

$$2 \cdot 9$$

$$10 \cdot 8$$

$$3 \cdot 9$$

$$0 \cdot 9.$$

$$4 \cdot 9$$

$$1 \cdot 9$$

$$5 \cdot 9$$

$$6. \cdot 9.$$

$$10 \cdot 9$$

$$7 \cdot 9$$

$$0 \cdot 10$$

$$8 \cdot 9.$$

$$1 \cdot 10$$

$$9. \cdot 9.$$

$$2 \cdot 10$$

$$3 \cdot 10$$

$$6 \cdot 10$$

$$4 \cdot 10$$

$$7 \cdot 10$$

$$5 \cdot 10$$

$$8 \cdot 10$$

$$9 \cdot 10$$

$$10 \cdot 10$$

Liite 2.

## Vastauskortit

0

3

1

4

2

5

6.

10

7

0

8

2

9.

4

6.

14

8

16

10

18

12

20



0

12

3

15

6.

18

9.

21

24

4

27

8

30

12

0

16

20

36

24

40

28

0

32

5

10

30

15

35

20

40

25

45

50

18

0

24

6.

30

12

36

42

0

48

7

54

14

60

21

28

56

35

63

42

70

49

0

8

40

16

48

24

56

32

64



72

18

80

27

0

36

9.

45

54

90

63

0

72

10

81

20

30

70

40

80

50

90

60

100

Liite 3.

**Numerokortit 1–10**

1

3

5

2

4

6.

7

8

9.

10

Liite 4.

Kertotauluruudukko

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Liite 5.

## **Tehtäväkortit**



hyppy

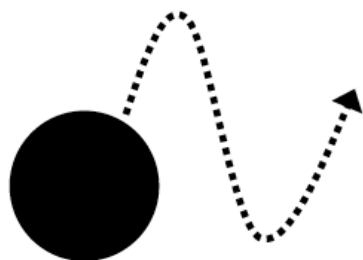
Kyykystä



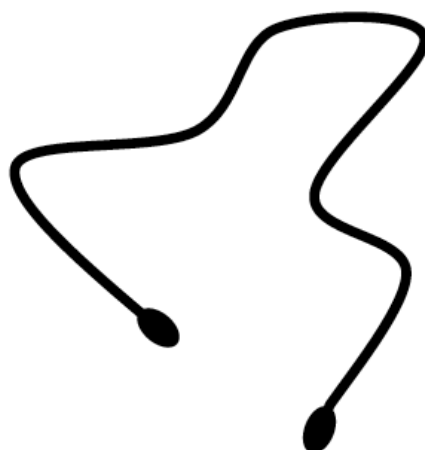
Y  
L  
Ö  
S

-hyppy

Pallon  
pomputus



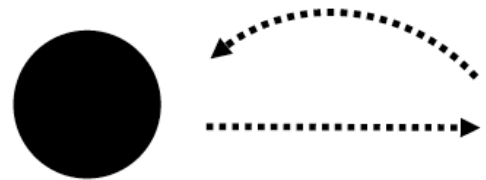
Hyppynaru





Roikkuminen

Pallon heittäminen  
seinään



Venyttely-  
liike

Käsilläseisonta  
(tukea vasten)



Paikoillaan  
juoksu



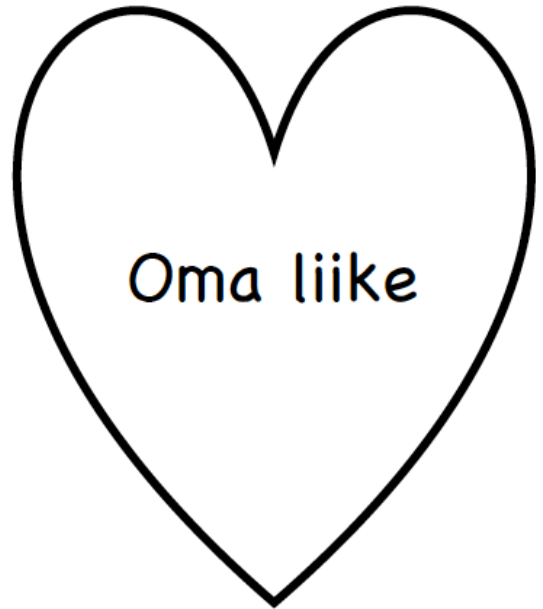
Punnerrus



Vatsalihas-  
liike

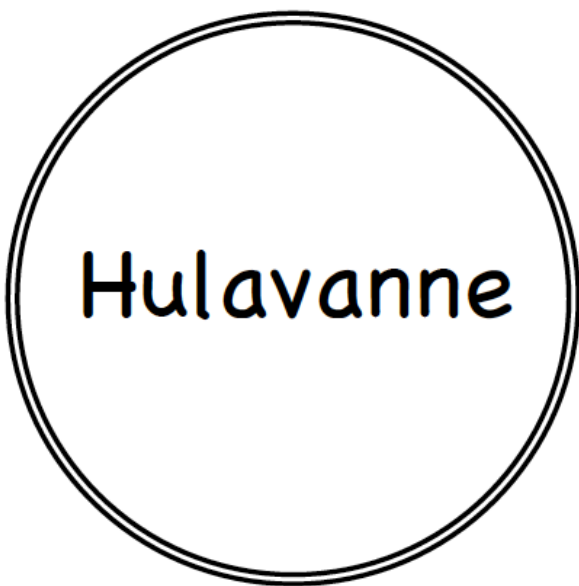
Selkälihas-  
liike

Kuperkeikka



Oma liike

Hulavanne



Silta

Liite 6.

## Esimerkkituntisuunnitelmia

### Tuntisuunnitelma 1.

*Kertolaskujen kertausta.*

Tilana luokkahuone.

Harjoitellaan ensin lukujonotaitoja etu- ja takaperin **Lukujonoluettelu**-harjoituksella pallon kanssa. Lukujonoluettelussa voi luetella myös helppoja kertotauluja, kuten kahden, viiden ja kymmenen kertotauluja.

Kertotaulun käsitettä havainnollistetaan **Kertoja ja kerrottava** -harjoituksella. Yhteenlaskun ja kertolaskun yhteyttä havainnollistetaan **Yhteenlaskusta kertolaskuun** - sekä **Numerokaverit**-harjoituksilla.

Lopuksi tehdään **Kertotaululiikkeet**-harjoitus pareittain esimerkiksi numerokorteilla 1–5.

### Tuntisuunnitelma 2.

*Motivoiva matematiikan tunti.*

Tilana luokkahuone ja suurempi tila esimerkiksi käytävältä.

Kerrataan kertolaskun käsitettä **Kertolaskuryhmät**-harjoituksella, jossa oppilaat muodostavat ryhmiä ohjeiden mukaan. Opeteltavia kertotauluja harjoitellaan **Kertotaulut piirissä** -harjoituksella.

Käytävällä tehdään joukkueissa viestityyppinen harjoitus **Oikean tulon etsintä** esimerkiksi kolmen, neljän ja viiden kertotauluilla. Lopputunnista otetaan motivoiva **Kertolaskubattle** niillä kertotauluilla, joita ollaan tähän mennessä harjoiteltu.

### Tuntisuunnitelma 3.

*Pistetyöskentelytunti.*

Tiloina esimerkiksi luokkahuone ja kaksi tilaa käytävältä.

Tunnin alussa tehdään opettajajohtoisesti harjoitus **Tuplaus ja puolitus**. Havainnollistetaan harjoituksella erityisesti kertotaulujen 3 ja 6 sekä 4 ja 8 yhteyttä. Ohjataan oppilaita ratkaisemaan esimerkiksi vaikeat 8:n kertotaulun laskut 4:n kertotaulun avulla:  $7 \cdot 8 = 7 \cdot 4 \cdot 2$ .

Pistetyöskentelynä tehdään harjoituksia kolmessa pisteessä: yhdellä pisteellä **Ristinolla**, jossa harjoitellaan esimerkiksi kuuden kertotaulua, toisella **Tarkkuustulot**, jossa harjoitellaan esimerkiksi kahdeksan kertotaulua ja kolmannella **Kertotaulukoppi**, jossa harjoitellaan esimerkiksi kuuden ja kahdeksan kertotauluja sekaisin.

### Tuntisuunnitelma 4.

*Vauhdikas liikuntatunti.*

Tilana liikuntasali.

Lämmittelyksi otetaan **Kertolaskuhippa**, jossa tehtäväpisteet voidaan valita harjoiteltavien liikunnan taitojen mukaan. Palautetaan mieleen tunnilla harjoiteltavia kertotauluja **Kertolaskupomppu**-harjoituksen avulla.

Nopeatempoisella, maa–meri–laiva tyyppisellä **7–8–9**-harjoituksella harjoitellaan seitsemän, kahdeksan ja yhdeksän kertotauluja. Lopuksi tehdään **Kertolaskuviesti**, jossa kuljetaan monipuolisesti erilaisia motorisia taitoja harjoittavan liikuntaradan läpi.